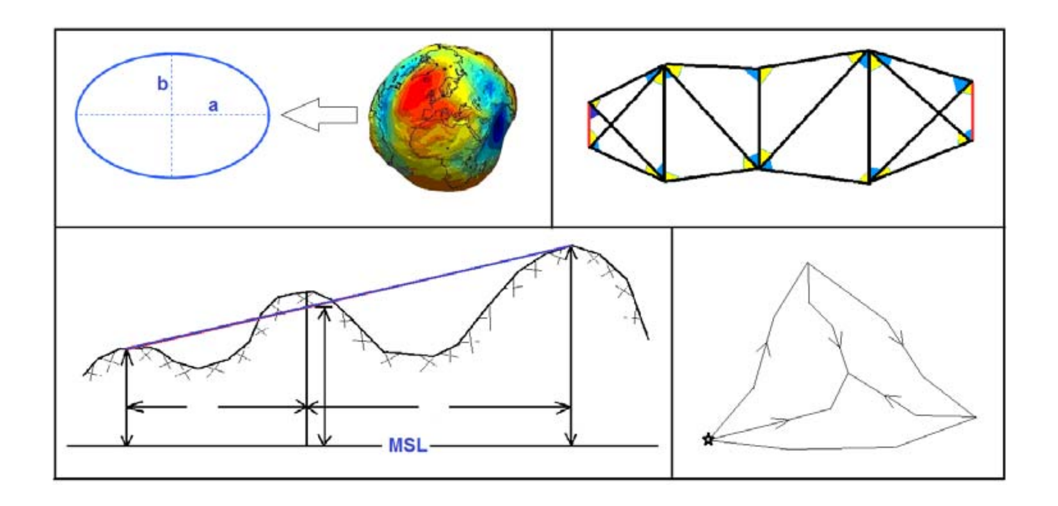
المعهد التكنولوجي العالي بالعاشر من رمضان

قسم الهندسة المدنية

مساحة III

(المساحة الجيوديسية)

(CT 277)



أ.د./ جمعة محمد داود محمود

الفصل الثاني ٢٠١٤ ـ ٢٠١٥

النسخة الرقمية من هذه المذكرة (وأيضا كل كتبي الأخرى) موجودة في مجلد في الرابط:

http://www.4shared.com/account/home.jsp#dir=i4KIYFaV

أو الرابط:

https://nwrc-egypt.academia.edu/GomaaDawod/Books

المحتويات

الموضوع | **صفحة**

الفصل الأول: المساحة الجيوديسية

الفصل الثاني: الاحداثيات و الحسابات علي سطح الأرض

الفصل الثاني: المثلثات الكرية

الموضوع **صفحة**

الفصل الرابع: الجيوديسيا الأرضية و شبكات الثوابت

الفصل الخامس: ضبط الشبكات الجيوديسية

الفصل السادس: مقدمة عن النظام العالمي لتحديد المواقع GPS

الفصل الأول

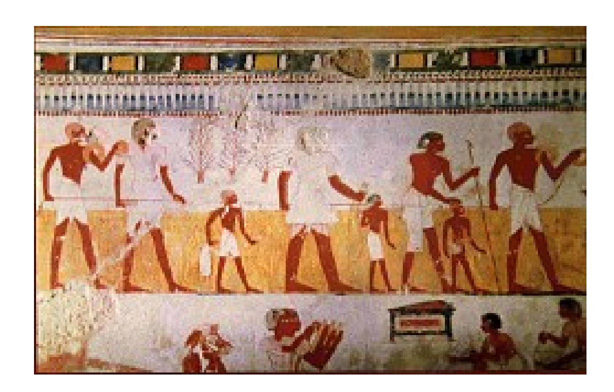
تاريخ و أقسام علم المساحة

١-١ تاريخ المساحة:

يمكن تعريف علم المساحة بأنه علم تحديد المواقع للمظاهر الطبيعية و البشرية الموجودة علي أو تحت سطح الأرض وتمثيل هذه المظاهر علي خرائط تقليدية (مطبوعة) أو رقمية (باستخدام الحاسب الآلي).

أيضا يمكن تعريف علم المساحة بأنه العلم الذي يبحث في الطرق المناسبة لتمثيل سطح الأرض على خرائط. هذا التمثيل يشمل بيان جميع المحتويات القائمة والموجودة على سطح الأرض ، سواء أكانت طبيعية (مثل الهضاب والجبال والصحاري والأنهار والبحار والمحيطات) أو كانت صناعية (مثل الترع والمصارف والقناطر والسدود والطرق وخطوط السكك الحديدية والمنشآت والمباني والمدن وحدود الدول السياسية) ، وكذلك حدود الملكيات الخاصة والعامة. ومن الواجب أن تكون الخريطة صورة صادقة مصغرّة للطبيعة التي تمثلها، وأن تؤدي الغرض الذي عملت من أجله تاما كاملا.

ترجع بدايات علم المساحة إلي آلاف السنين حيث وجدت آثار تدل علي أن قدماء المصريين (ألف و خمسمائة عام قبل الميلاد) قد استخدموا المساحة في قياس و تحديد الملكيات الزراعية وذلك بهدف حساب مساحات الأراضي الزراعية لتقدير الضرائب لها ، وأيضا في إعادة تثبيت علامات حدود الملكيات بعد حدوث فيضان عالي لنهر النيل. وأستخدم المصريون القدماء أدوات بسيطة لقياس المسافات و اخترعوا وحدات لها. وكان يطلق علي العاملين بالمساحة أسم "شادي الحبل" Rope Stretchers حيث كانوا يستخدمون الحبال في قياس المسافات. كما تثبت الخصائص الهندسية لأهرامات الجيزة في مصر (وخاصة تساوي أضلاع الأضلاع بدقة و التوجه الدقيق لجهة الشمال) وكذلك اختيار موقع معبد أبو سمبل في جنوب مصر (بحيث تتعامد أشعة الشمس علي وجه تمثال الملك تحديدا في يوم عيد ميلاده) أن المصريين القدماء كانت لديهم خبرة جيدة بأعمال المساحة.



شكل (١-١) قياسات المساحة في عهد قدماء المصريين

أضاف علماء المسلمين إضافات علمية قوية لعلم المساحة فقد ابتكروا أجهزة قياس الزوايا والتوجيه مثل جهاز الاسطرلاب والأجهزة الدقيقة للتسوية ، كما برعوا في الرياضيات التي يقوم عليها علم المساحة مثل العالم الكبير الخوارزمي الذي أنشأ أول خريطة دقيقة للعالم عرفت باسم خريطة المأمون.



شكل (١-٢) جهاز الاسطرلاب لقياس الزوايا

مع بداية القرن الثامن عشر الميلادي بدأ إنشاء شبكات الثوابت الأرضية في أوروبا بهدف إقامة العلامات المساحية التي تسمح بالتحديد الدقيق للمواقع لكل دولة.





شكل (١-٣) نماذج لأجهزة ثيودليت قديمة لقياس الزوايا

تطور علم المساحة بدرجة هائلة في القرن العشرين الميلادي مع ابتكار أجهزة قياس المسافات بالليزر وإطلاق الأقمار الصناعية واختراع الحاسبات الآلية. ومع تعدد تطبيقات علم المساحة في المجالات المدنية و العسكرية علي كافة تخصصاتها بدأ البعض يطلق أسماء جديدة علي هذا العلم مثل علم الجيوماتكس Geomatics ليكون تعبيرا شاملا عن التكامل بين المساحة الأرضية و المساحة الفضائية و الاستشعار عن بعد ونظم المعلومات الجغرافية. ومن التعريفات الحديثة لعلم الجيوماتكس أنه العلم و الفن و التقنيات الخاصة بالطرق والوسائل المختلفة لقياس و

تجميع المعلومات الخاصة بالسطح الفيزيائي و البيئي للأرض والتعامل مع هذه المعلومات لإنتاج خرائط متعددة الأغراض مع رفع كفاءة تجميع و تدقيق و تحديث البيانات المكانية ذات البعد الجغرافي وإدارة هذه البيانات داخل قاعدة بيانات نظم المعلومات الجغرافية مع ضمان تطورها و استدامتها.


جهاز المحطة الشاملة


جهاز تسوية الأرض بالليزر


جهاز جي بي أس

شكل (١-٤) أجهزة مساحية حديثة

١-٢ أقسام علم المساحة:

توجد عدة تقسيمات لأنواع تطبيقات المساحة سواء من حيث مجال الاستخدام أو من حيث الهدف من العمل المساحي أو من حيث الجهاز المساحي المستخدم ... الخ. إلا أن أقسام المساحة هي:

(أ) المساحة الأرضية Terrestrial Survey:

تشمل المساحة الأرضية تطبيقات و قياسات علم المساحة علي سطح الأرض من خلال أجهزة موضوعة علي سطح الأرض ، وتنقسم طبقا لطبيعة هذه القياسات إلي نوعين أساسيين:

أ-١ المساحة الجيوديسية Geodetic Survey:

في هذا النوع من علوم المساحة يتم الاعتماد علي الشكل الحقيقي شبه الكروي للأرض - والذي هو شكل غير مستوي - ومن ثم تعتمد الأجهزة و طرق الحسابات المستخدمة في المساحة الجيوديسية علي هذا المبدأ الهام. غالبا يتم استخدام المساحة الجيوديسية في تمثيل مساحات كبيرة من سطح الأرض.

أ-٢ المساحة المستوية Plane Survey:

عند إجراء القياسات المساحية في منطقة صغيرة من سطح الأرض (عدة كيلومترات مربعة) يمكن إهمال الشكل الحقيقي للأرض والاكتفاء بافتراض أن هذا الجزء الصغير يمكن تمثيله كمستوي ، ومن هنا جاء أسم المساحة المستوية.

تنقسم المساحة المستوية إلي فرعين: (١) المساحة التفصيلية Cadastral Survey والتي تهتم بتوضيح حدود الملكيات العامة و الخاصة ويكون هذا التمثيل باستخدام بعدين فقط (الطول و العرض) لكل هدف ولذلك يسمي هذا النوع من أقسام المساحة بالمساحة ثنائية الأبعاد ، (٢) المساحة الطبوغرافية Topographic Survey والتي تهتم بقياس البعد الثالث (الارتفاع أو الانخفاض) لكل هدف بحيث يتم تمثيله من خلال ثلاثة أبعاد: الطول و العرض و الارتفاع. ولذلك تسمي المساحة الطبوغرافية باسم المساحة ثلاثية الأبعاد.

كما توجد بعض التقسيمات الأخرى للمساحة المستوية حيث يقسمها البعض إلي عدة أنواع طبقا للهدف من المشروع المساحي ذاته مثل:

- المساحة الأرضية أو التفصيلية Land or Cadastral Survey: تهتم بالتحديد الدقيق للمواقع و الحدود لقطع الأراضي في منطقة صغيرة.
- المساحة الطبوغرافية Topographic Survey: تهتم بجمع الأرصاد و القياسات الأفقية وكذلك الارتفاعات للمظاهر الطبيعية و البشرية لتطوير الخرائط ثلاثية الأبعاد.
- المساحة الهندسية أو الإنشائية Engineering or Construction Survey: تهتم بجمع القياسات لكل مراحل تنفيذ المشروعات الهندسية.
- مساحة الطرق Route Survey: تهتم لتنفيذ العمل المساحي المطلوب لإنشاء مشروعات النقل مثل الطرق و السكك الحديدية ومد الأنابيب وخطوط الكهرباء.

(ب) المساحة التصويرية أو الجوية Photogrammetry:

تتكون المساحة الجوية من عمل قياسات من الصور الملتقطة بكاميرات موضوعة في طائرات ثم استخدام هذه القياسات في إنتاج الخرائط المساحية. ويرجع تاريخ هذا النوع من المساحة إلي منتصف القرن العشرين الميلادي. ومع إطلاق الأقمار الصناعية ظهر علم الاستشعار عن بعد والذي يعتمد علي التصوير الفضائي من خلال كاميرات و أجهزة موضوعة داخل الأقمار الصناعية ، ومن هنا فيمكن إضافة علم الاستشعار عن بعد إلي قسم المساحة التصويرية. يمكن تقسيم المساحة التصويرية إلي ثلاثة أفرع: (١) المساحة الجوية Aerial Photogrammetry وهي حالة التصوير من الطائرات ، (٢) المساحة التصويرية الأرضية Close-Range Photogrammetry وهي حالة التصوير من علي سطح الأرض ، (٣) المساحة التصويرية الفضائية أو الاستشعار عن بعد Satellite Photogrammetry وهي حالة التصوير من الأقمار الصناعية.

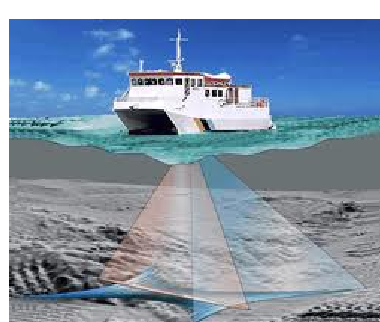




شكل (١-٥) المساحة الجوية

(ج) المساحة البحرية أو الهيدروجرافية Hydrographic Survey:

تهتم المساحة البحرية – كما هو واضح من أسمها – بتحديد مواقع الظاهرات الموجودة علي أو تحت سطح المياه في البحار والأنهار و المحيطات. ومن أمثلة منتجات المساحة البحرية الخرائط الهيدروجرافية التي تمثل تضاريس قاع البحر.




شكل (١-٦) المساحة الهيدروجرافية

(د) المساحة الفلكية Astronomical Survey:

يعتمد هذا الفرع من أفرع المساحة علي رصد الأجرام السماوية واستخدام هذه القياسات في تحديد مواقع الظاهرات الجغرافية الموجودة علي سطح الأرض. وكانت المساحة الفلكية أحد أهم تطبيقات علم المساحة في إنشاء شبكات الثوابت الأرضية (نقاط معلومة الإحداثيات) قديما، إلا أن هذا التطبيق أصبح الآن يعتمد علي استخدام الأقمار الصناعية بدلا من النجوم الطبيعية. مازال الاعتماد علي المساحة الفلكية قسما هاما من أقسام علم المساحة وخاصة في التطبيقات المساحية التي تتطلب دقة عالية جدا - مثل دراسة تحركات القشرة الأرضية - إلا أن تقنياته وأجهزته قد تغيرت و تطورت كثيرا في الفترة الماضية، مثل تقنية VLBI (تقنية قياس خطوط القواعد الطويلة جدا باستقبال أشعة الأجرام السماوية).



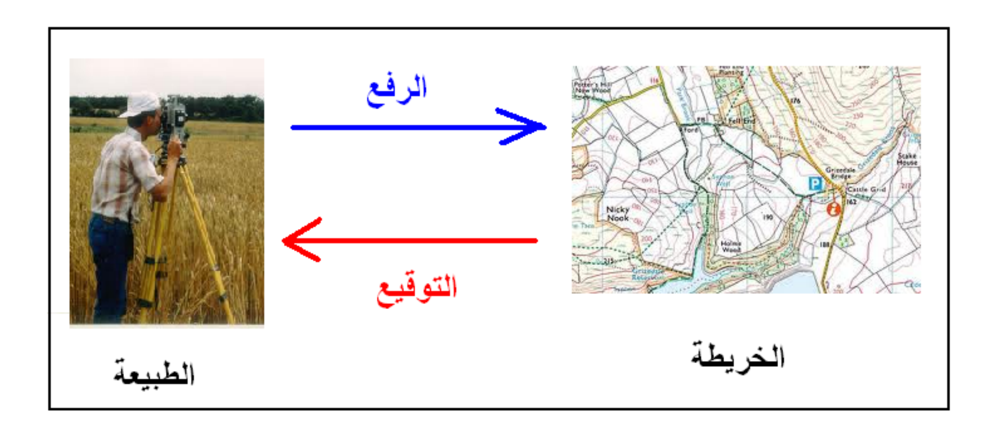

شكل (١-٧) هوائيات تحديد المواقع بتقنية VLBI

١-٣ العمل المساحى:

يمكن تقسيم العمل المساحي بصفة عامة إلي جزأين أساسيين: الرفع و التوقيع:

الرفع Layout: وهو إجراء القياسات المساحية في الطبيعة ومن ثم تمثيلها علي الخريطة ، أي أن عملية الرفع هي عملية نقل المعلومات من الطبيعة إلي الخريطة.

التوقيع Setting out: وهو تحديد مواقع (إحداثيات) لظواهر أو أهداف محددة علي الخريطة ومن ثم تحديد هذه المواقع في الطبيعة ، أي أن عملية التوقيع هي عملية نقل المعلومات من الخريطة إلي الطبيعة.



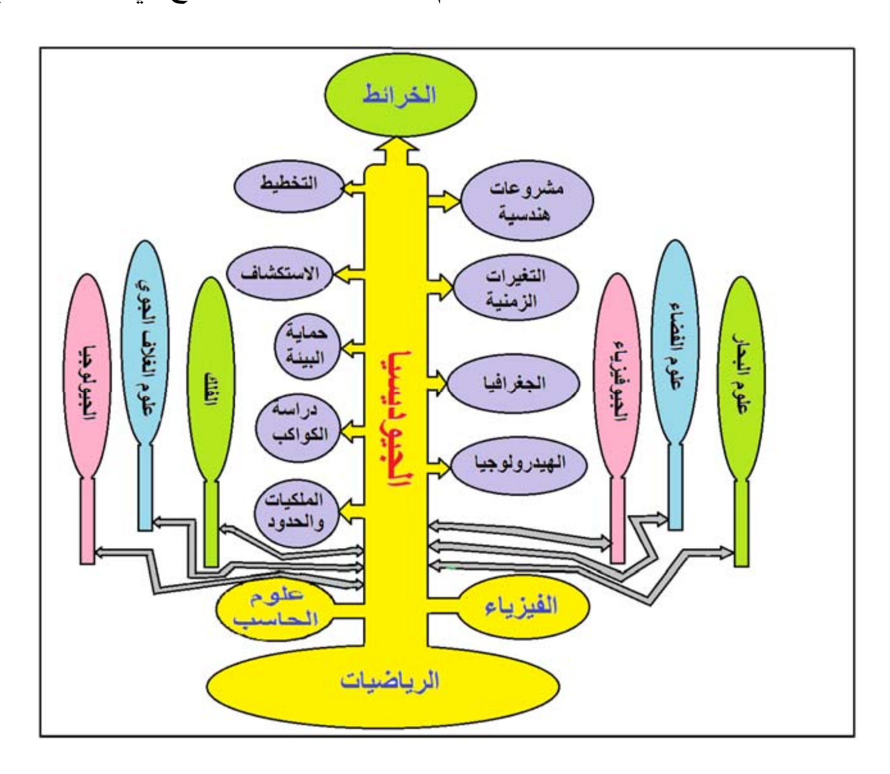
شكل (١-٨) أقسام العمل المساحي

١-٤ علم الجيوديسيا

كلمة الجيوديسيا Geodesy هي كلمة لاتينية مكونة من مقطعين: جيو Geo بمعني الأرض و ديسيا Desy بمعني القياس ورسم الخرائط، وبالتالي فأن الترجمة الحرفية لمصطلح "جيوديسيا" أنه علم القياس ورسم الخرائط لسطح الأرض.

مازال هذا التعريف البسيط ساريا حتى الآن مع أن الجيوديسيا أصبحت تتعلق بعدة أنواع من القياسات، فحيث أن سطح الأرض يتكون من الماء و اليابسة فأن الجيوديسيا تهتم بالقياس علي سطح الأرض اليابسة وأيضا بالقياس في أعماق البحار و المحيطات. أيضا الأرض في حد ذاتها كوكب متحرك في إطار المجموعة الشمسية، مما ينتج عن حركتها قوي جاذبية بينها و بين الكواكب الأخرى وهذه القوي تؤثر في القياسات علي الأرض مما يستلزم أن يمتد علم الجيوديسيا ليدرس أيضا قوة الجاذبية و تأثيراتها. بل أن الجيوديسيا – في السنوات الأخيرة – أصبحت تهتم أيضا بالقياس علي أسطح الأجرام السماوية الأخرى مثل القمر ليضاف إليها فرع جديد يسمي جيوديسيا الأجرام السماوية. مع انطلاق عصر الأقمار الصناعية في سبعينات القرن العشرين الميلادي واستخدامها في القياسات الجيوديسية فقد نتج عن ذلك فرع آخر من فروع الجيوديسيا وهو جيوديسيا الأقمار الصناعية.

يصنف علم الجيوديسيا في قائمة علوم الأرض Geo-Sciences كما أنه يصنف أيضا في قائمة العلوم الهندسية لتطبيقاته المتعددة في أعمال الهندسة المدنية و إنشاء المشروعات. ويرتبط علم الجيوديسيا ارتباطا وثيقا بعدد كبير من العلوم الأخرى كما هو موضح في الشكل التالي.



شكل (١-٩) العلاقة بين علم الجيوديسيا والعلوم الأخرى

١-٥ الجيوديسيا و المساحة

يتساءل الكثيرون عن العلاقة بين علم المساحة و علم الجيوديسيا، فكلاهما في تعريفة البسيط هو علم القياس وإنتاج الخرائط علي سطح الأرض. يري البعض أن المساحة هي جزء أو فرع من فروع علم الجيوديسيا. فعلم الجيوديسيا ينظر إلي كوكب الأرض بكامله أو علي الأقل لأجزاء كبيرة منه (قارة أو دولة) ويضع القوانين الرياضية و المعادلات التي تعتمد علي القياس علي الشكل الكامل أو الحقيقي لهذه الأرض. بينما علم المساحة يتعامل – غالبا – مع أجزاء صغيرة من الأرض بحيث من الممكن منطقيا أن نري هذا الجزء البسيط كأنه مستوي وليس كوكبا مجسما وبالتالي يتم تبسيط المعادلات الرياضية و طرق الحساب. ومن هنا يمكننا القول أن المساحة هي تبسيط لطرق القياس في جزء صغير من الأرض بدلا من الطرق و النظريات الجيوديسية التي تتعامل مع مجسم الأرض كله. بينما يري البعض الآخر أن علم المساحة (القياس في مساحة صغيرة من الأرض) قد عرفته البشرية أولا ثم تلاه ظهور علم الجيوديسيا لاحقا (القياس في مساحة كبيرة من الأرض) حيث يمكن القول أن المساحة الجيوديسية هي أحد أفرع علم المساحة. وكلا الرأيين جدير بالاحترام طالما كانت الفروق النظرية و الرياضية واضحة عند تطبيق كلا من المساحة و الجيوديسيا.

قديما كانت الفروق واضحة بين أجهزة الرصد المساحية و أجهزة الرصد الجيوديسية. فعلي سبي المثال كانت هناك أجهزة الثيودليت (أجهزة قياس الزوايا) المخصصة للعمل المساحي لعدة

كيلومترات وأجهزة ثيودليت أخري مخصصة للعمل الجيوديسي الذي يصل مداه لعدة عشرات من الكيلومترات. حديثا زاد انتشار تطبيقات التقنيات التي تعتمد علي الأقمار الصناعية في القياس علي سطح الأرض وخاصة تقنية النظام العالمي لتحديد المواقع المعروف باسم الجي بي أس. هذه التقنيات (أو الأجهزة) تستطيع القياس علي سطح الأرض لمسافات صغيرة جدا (عدة أمتار) أو لمسافات كبيرة جدا (عدة آلاف من الكيلومترات)، أي أنها تصلح للعمل المساحي و للعمل الجيوديسي أيضا. من هنا أصبح هناك كثير من المستخدمين يتعاملون مع هذه التقنيات باعتبارها تقنيات مساحية مع أنهم في أحيان كثيرة يقومون بقياسات جيوديسية دون أن يدروا ذلك! الفرق بين القياسات المساحية و القياسات الجيوديسية يكون في مساحة منطقة الدراسة، فان كان المنطقة صغيرة (أقل من ٥٠ كيلومتر مربع) فيكون الافتراض الأساسي للمساحة مازال منطقيا ومن الممكن أن نعتبر أننا نقيس علي سطح مستوي. أما إن كانت منطقة الدراسة أو المشروع أكبر من هذه القيمة فنحن ننتقل من علم المساحة و نظرياته و معادلاته إلي علم الجيوديسيا و نظرياته و معادلاته. إن لم يكن المستخدم مدركا لهذه الحقيقية فسيقع في مشاكل تقنية تؤثر بشدة علي النتائج النهائية للمشروع (القياسات و الخرائط). من هنا أصبح لزاما علي كل مساح أو مهندس مساحة (خاصة من يتعامل مع أجهزة الرصد بالأقمار الصناعية مثل تقنية الجي بي أس) أن يعرف و يدرس أساسيات ونظريات علم الجيوديسيا حتى يستطيع أن يصل للدقة المطلوبة لمشروعه.

أيضا فأن دراسة أنواع الارتفاعات يعد من أهم مبادئ الجيوديسيا التي يجب علي مهندس أو أخصائي المساحة أن يلم بها. فعلي سبيل المثال فأن تقنية الجي بي أس تعطي نوع من الارتفاعات يسمي الارتفاعات الجيوديسية أي قياس ارتفاع النقطة المرصودة عن السطح الرياضي الذي يمثل كوكب الأرض. بينما في المساحة التقليدية والمشروعات المدنية والخرائط الطبوغرافية فأننا نتعامل مع المنسوب وهو ارتفاع النقطة المرصودة عن مستوي سطح البحر. أي أن هناك نوعين مختلفين من الارتفاعات، وبالتالي يجب أن يعرف مهندس المساحة هذه الحقيقية ويعرف أسس و طرق التحويل بينهما. فان لم يعرف ذلك فأنه سيعتمد الارتفاع الناتج من تقنية الجي بي أس كأنه هو المنسوب مما ينتج عنه أخطاء قد تصل إلي عدة أمتار.

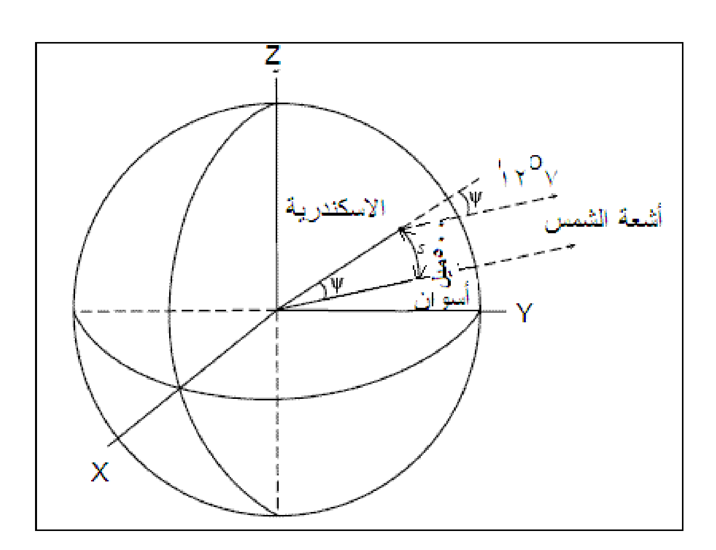
١-٦ تاريخ علم الجيوديسيا

منذ أن خلق الله سبحانه و تعالي الإنسان وأنزله إلي الأرض كان التنقل من مكان إلي آخر والتعرف علي مواقع جديدة غريزة داخل النفس البشرية ، ومن هنا بدأت حاجة البشر لوسائل تمكنهم من السفر و الترحال بأمان دون أن يتيهوا في الصحراء و البيئة المحيطة. تمكن الإنسان في البداية أن يتخذ بعض الأماكن و الأجسام الأرضية الخاصة – مثل الجبال – كعلامات تمكنه من معرفة طريقه بالإضافة إلي مساعدة نهارية من الشمس و الظل ، وبالتالي أستطاع أن يسافر لعدة كيلومترات ويعود لموقعه الأصلي مرة أخري. ومن ذلك الوقت ظهر في القاموس البشري مصطلح جديد ألا و هو الملاحة Navigation وهي العملية التي بواسطتها يتنقل الإنسان بين موقعين والتي تساعده في معرفة موقعه في أي وقت. وفي المرحلة الثانية من المعرفة البشرية بدأ الاعتماد علي النجوم كعلامات مرجعية تمكن الإنسان من معرفة موقعه و اتجاهه أثناء السفر ليلا ، ومن ثم بدأ علم الفلك Astronomy . وعرفت الحضارات القديمة إقامة الفنارات Lighthouses منذ حوالي ألفي عام – و أشهرهم فنار الإسكندرية في مصر و فنار جزيرة رودس اليونانية - كعلامات ملاحية تعكس الضوء سواء ضوء الشمس نهارا أو ضوء مصدر آخر ليلا لإرشاد السفن المبحرة في البحار. لاحقا بدأ الإنسان في تسجيل ملاحظاته الملاحية والطرق التي يسير فيها ومواقع تحركاته المتعددة في البيئة المحيطة به علي قطع من الورق

(ورق البردي في الحضارة المصرية القديمة كمثال) لتظهر للوجود "الخرائط" Maps. وبالتزامن مع ظهور الخرائط بدأ ظهور علم المساحة Surveying وهو علم تحديد المواقع – بأبعاد ثلاثة – للمعالم الطبيعية و البشرية علي أو تحت سطح الأرض. وتعد مصر أول من استخدم علم المساحة بصورة موسعة منذ حوالي ١٤٠٠ عام قبل الميلاد وذلك في تحديد الملكيات الزراعية وحساب الضرائب المستحقة عليها. وفي المرحلة العلمية التالية تطور علم جديد ليكون أكثر تخصصا وتعمقا في عملية تحديد المواقع ألا و هو علم الجيوديسيا.

بدأت المعرفة البشرية لتكوين فكرة عن شكل كوكب الأرض بأن الأرض عبارة عن قرص يطفو فوق سطح الماء. ومن العلماء والفلاسفة الأوائل الذين قالوا بذلك كلا من فيثاغورث (٥٨٠-٥٠٠ قبل الميلاد) و أرسطو (٣٨٤-٣٢٢ قبل الميلاد)، واستمرت هذه النظرية سارية لعدة قرون.

من أولي بدايات التفكير الإنساني العلمي و التجريبي في معرفة شكل و حجم الأرض تلك التجربة الرائدة التي قام بها العالم الإغريقي أراتوستين Eratosthenes (٢٧٦-١٩٦ ق.م) والذي كان يشغل منصب أمين مكتبة الإسكندرية التي كانت تعتبر أرقي معهد علمي في العالم في ذلك الوقت. لاحظ أراتوستين أن الشمس في يوم ٢١ يونيو (حزيران) من كل عام تكون مرئية في مياه بئر بمدينة أسوان ، أي أنها تكون عمودية تماما في هذا الموقع ، وبعد ذلك أفترض أن الإسكندرية تقع إلي الشمال مباشرة من أسوان. ثم قام بقياس زاوية ميل أشعة الشمس عند الإسكندرية ووجدها ٧.٢ درجة ، وقدر أن هذا الجزء – بين الإسكندرية و أسوان – يعادل ١/٥٠ من الدائرة التي تمثل الأرض (شكل ١-٢). وبعد ذلك قام بقياس المسافة بين كلا المدينتين فكانت حوالي ٥٠٠٠ استاديا (وحدة قياس المسافات في ذلك الوقت) أي ما يعادل ٥٠٠ ميل أو ٨٠٠ كيلومتر، ومن ثم تمكن هذا العالم من حساب محيط الأرض (٥٠ ضعف المسافة المقاسة بين أسوان و الإسكندرية) ليكون في تقديره حوالي ٢٥٠٠٠ ميلا. ومن المذهل أن نعرف أن هذه التجربة الجيوديسية في ذلك الزمن البعيد و باستخدام آلات بدائية لم تكن بعيدة إلا قليلا عن طول محيط الأرض الذي نعرفه اليوم وهو ٢٤٩٠١ ميلا.



شكل (١-١٠) تجربة العالم أراتوستين لتقدير محيط الأرض

استمرت نظرية أن الأرض كروية الشكل (لها نصف قطر ثابت في جميع الاتجاهات) عشرات القرون حتى القرن السابع عشر الميلادي حينما طور اسحق نيوتن (١٦٤٣-١٧٢٧) نظرية تفلطح شكل الأرض، أي أن الأرض شبه كروية مفلطحة قليلا عن القطبين الشمالي و الجنوبي وليست كروية تماما.

١-٧ تطبيقات علم الجيوديسيا

يصنف بعض العلماء علم المساحة على أنه التطبيق العملي لعلم الجيوديسيا لتحديد المواقع (الإحداثيات) اللازمة لإنشاء الخرائط. إلا أن دور الجيوديسيا في التطبيقات الهندسية لا ينحصر فقط في إنشاء الخرائط وخاصة في العقود الماضية حيث تستخدم الجيوديسيا في العديد من المجالات منها:

- إنشاء الخرائط: أول الأعمال المطلوبة لإنشاء الخرائط هو إقامة شبكة مثلثات جيوديسية مكونة من عدد من المحطات الجيوديسية وتحديد إحداثياتها الأفقية والرأسية.
- المساحة الجوية والاستشعار عن بعد: تستخدم الطرق الجيوديسية في تحديد إحداثيات نقط التحكم الأساسية التي تلعب الدور الأساسي في الحصول على خرائط وبيانات مساحية من تقنيات التصوير الجوى والأقمار الصناعية المخصصة لدراسة الموارد الطبيعية.
- المشروعات الهندسية: عند إقامة أية مشروعات هندسية (مثل الطرق ، الكباري ، السدود ، الترع ، المصانع ... الخ) فانه من الضروري تحديد مواقعها بدقة عن طريق تحديد إحداثيات العناصر المختلفة للمشروع وتستخدم هذه الإحداثيات في التخطيط للمشروع وكذلك في متابعة التنفيذ طوال مراحل المشروع.
- نظم المعلومات الجغرافية: الإحداثيات الجيوديسية هي العامل المشترك الأساسي الذي يمكن من خلاله الربط بين المصادر المختلفة للمعلومات لإنشاء نظم المعلومات الجغرافية .
- الملاحة الجوية والبحرية: تعتمد الطائرات والسفن على الإحداثيات الجيوديسية للوصول إلى الهدف طبقا لخط السير المحدد .
- التخطيط العمراني : تساعد الجيوديسيا في تعيين الإحداثيات اللازمة لأعمال التخطيط العمراني والبحث عن المصادر والثروات الطبيعية .
- تعيين الحدود: تلعب الجيوديسيا الدور الأساسي في تحديد وتوثيق إحداثيات العلامات الحدودية بين الدول أو الحدود الإدارية بين المحافظات داخل الدولة .
- دراسة تحركات القشرة الأرضية: تستخدم الأرصاد الجيوديسية المتكررة في الحصول على قيم دقيقة لتحركات القشرة الأرضية في المناطق الغير مستقرة ديناميكيا (مناطق الفوالق تحت سطح الأرض المسببة للزلازل) وخاصة حول المنشئات الهندسية الضخمة كالسدود والخزانات .
- علوم البيئة : تلعب الجيوديسيا دورا مؤثرا في دراسة المتغيرات البيئية عن طريق تحديد إحداثيات المناطق ذات التغير المستمر في التركيب البيئى .
- علوم الفضاء: تحديد إحداثيات محطات إطلاق المركبات الفضائية وكذلك إحداثيات الأقمار الصناعية في الفضاء طبقا لمدارها المحدد .
- دراسة البحار: تستخدم الأرصاد الجيوديسية في تحديد معدلات ارتفاع سطح البحار لتجنب غرق المناطق الساحلية .
- الجيولوجيا: يعتمد علم الجيولوجيا على الإحداثيات الجيوديسية لإعداد الخرائط الجيولوجية .

١-٨ أقسام الجيوديسيا

توجد عدة تقسيمات أو تصنيفات لأفرع علم الجيوديسيا بناءا علي وجهة النظر في التقسيم ذاته.

فإذا قسمنا الجيوديسيا بناءا علي منطقة العمل أو حدود منطقة القياسات الجيوديسية فنجد ثلاثة أقسام:

(أ) الجيوديسيا العالمية Global Geodesy

الفرع المسئول عن تحديد شكل و حجم ومجال جاذبية الأرض.

(ب) المساحة الجيوديسية الوطنية National Geodetic Surveys

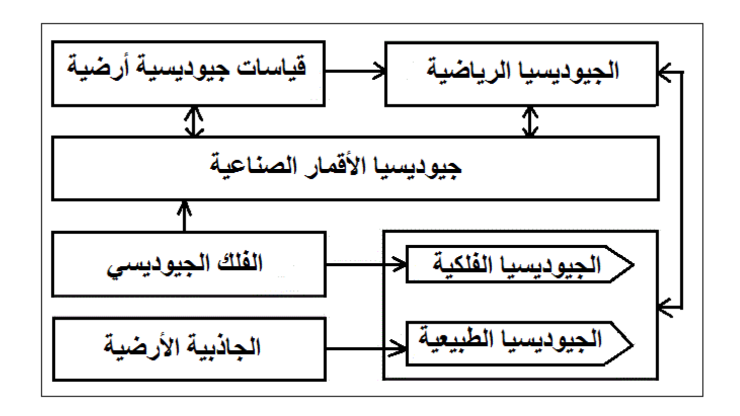
الفرع المسئول عن تحديد شكل ومجال جاذبية دولة معينة، وذلك عن طريق إنشاء شبكات من العلامات (الثوابت) الأرضية المعلومة الإحداثيات و قيمة الجاذبية الأرضية لها. وفي هذا القسم من أقسام علم الجيوديسيا يجب أخذ كروية الأرض في الاعتبار و مالها من تأثيرات علي القياسات والأرصاد.

(ج) المساحة المستوية Plan Surveying

الفرع المسئول عن القياسات التفصيلية اللازمة للرفع التفصيلي و الرفع الطبوغرافي و الأعمال الهندسية لمساحة صغيرة من الأرض.

العلاقة قوية بين هذه الفروع الثلاثة لعلم الجيوديسيا فالجيوديسيا العالمية تحدد عناصر شكل و مجال جاذبية الأرض ككل، ومن ثم تبدأ الجيوديسيا الوطنية في اعتماد هذه القيم في عمل شبكات جيوديسية (ثوابت) لكل دولة ثم تبدأ المساحة المستوية في الاعتماد علي هذه الثوابت لقياس تفاصيل معالم سطح الأرض لإنتاج الخرائط.

أما من حيث طبيعة العمل (القياسات) الجيوديسية ذاتها فيمكن تقسيم علم الجيوديسيا إلي خمسة أقسام رئيسية وان كان لا توجد حدود فاصلة أو قطعية بين كل قسم و آخر (شكل ١-١١):



شكل (١-١١) أقسام الجيوديسيا الرئيسية

١- الجيوديسيا الأرضية أو الهندسية Terrestrial Geodesy:

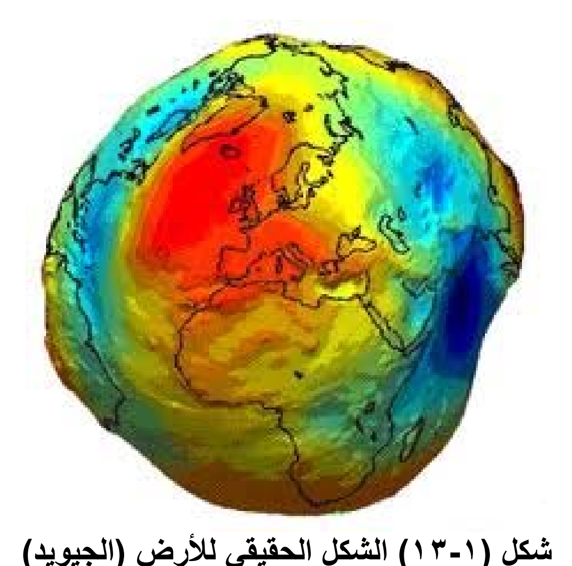
يتم فيها إجراء القياسات الجيوديسية (الزوايا الأفقية و الرأسية والمسافات و فروق المناسيب) بهدف إنشاء شبكات الثوابت الأرضية وحساب الإحداثيات ثلاثية الأبعاد (س،ص،ع) لكل نقطة منها لإنشاء الهيكل الجيوديسي للدولة الذي ستعتمد عليه جميع أعمال المساحة و إنشاء الخرائط.



شكل (١-١٢) جهاز الثيودليت الشهير Wild T2 للقياسات الأرضية

٢- الجيوديسيا الطبيعية أو الفيزيقية Physical Geodesy:

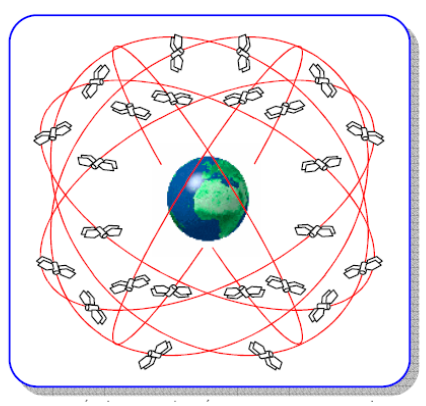
يتم فيها قياس و تحديد مجال الجاذبية الأرضية ومن ثم تحديد تأثيرها علي القياسات الجيوديسية وأيضا تحديد الشكل الحقيقي للأرض (الجيويد) وعلاقته بالشكل الهندسي المستخدم في إنشاء الخرائط (الاليبسويد). تتم هذه العمليات إما باستخدام أرصاد الجاذبية الأرضية أو باستخدام الأرصاد الفلكية أو حديثا باستخدام القياسات علي الأقمار الصناعية.



شكل (١-١٣) الشكل الحقيقي للأرض (الجيويد)

٣- جيوديسيا الأقمار الصناعية Satellite Geodesy:

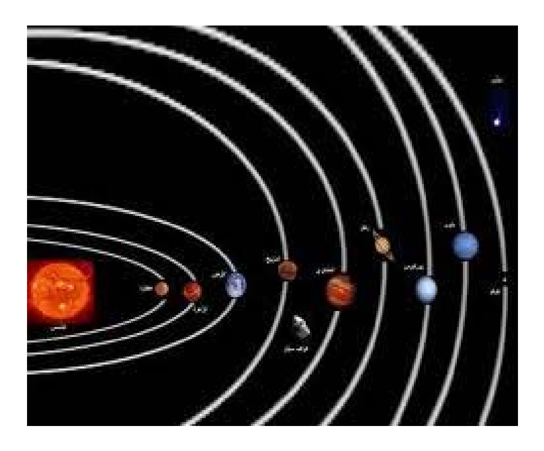
تشمل الأرصاد و القياسات الجيوديسية المعتمدة علي الأقمار الصناعية التي بدأت في الظهور منذ عام ١٩٥٧ م. تستخدم تطبيقات جيوديسيا الأقمار الصناعية في الجيوديسيا الهندسية وأيضا الجيوديسيا الطبيعية و الفلكية.



شكل (١-١٤) استخدام الأقمار الصناعية في تحديد المواقع

٤- الجيوديسيا الفلكية Astronomical Geodesy:

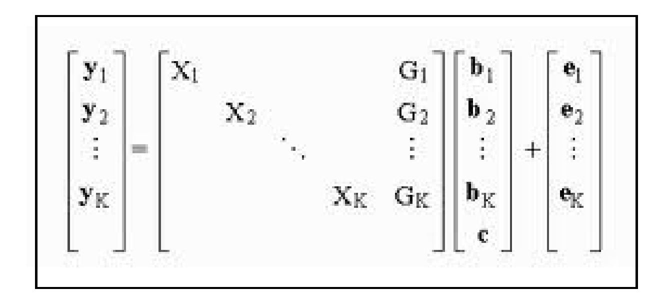
يتم فيها قياس الإحداثيات الفلكية (خط الطول الفلكي و دائرة العرض الفلكية) لنقاط شبكات الثوابت الأرضية بالإضافة للانحراف الفلكي لخطوط شبكات الثوابت الأرضية للدولة من خلال الرصد علي النجوم. يعد هذا النوع من أقسام الجيوديسيا من أقدم الأنواع الجيوديسية وكان مهم جدا في الماضي لتوجيه الشبكات الجيوديسية وتحديد موقعها بدقة علي سطح الأرض، وان كان الاعتماد علي الأرصاد الفلكية قد قل كثيرا في الوقت الراهن بعد انتشار تطبيقات الرصد علي الأقمار الصناعية.



شكل (١-١٥) استخدام الرصد الفلكي في تحديد المواقع

٥- الجيوديسيا الرياضية Mathematical Geodesy:

فرع الجيوديسيا الذي يهتم بالنظريات الرياضية و المعادلات و طرق الحسابات وتحليل الأرصاد المستخدمة في كافة أفرع الجيوديسيا الأخرى.



$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_K \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 & & & & G_1 \\ & X_2 & & & G_2 \\ & & \ddots & & \vdots \\ & & & X_K & G_K \\ & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_K \\ c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_K \\ \\ \end{bmatrix}$$

شكل (١-١٦) نموذج لمعادلات الجيوديسيا الرياضية

حديثا ظهرت مصطلحات أخري في الجيوديسيا مثل الجيوديسيا المتكاملة Intenerated Geodesy حيث يتم تطبيق عدة أقسام من الأقسام التقليدية لعلم الجيوديسيا في إطار واحد متكامل. أيضا يري البعض استبدال مسمي جيوديسيا الأقمار الصناعية بمسمي الجيوديسيا الفضائية Spatial Geodesy حيث لم تعد الأرصاد الجيوديسية قاصرة فقط علي الأقمار الصناعية بل امتدت إلي الرصد علي القمر الطبيعي و الكواكب الأخرى بل أيضا الرصد علي الأجرام السماوية خارج المجموعة الشمسية.



شكل (١-١٧) نموذج لهوائي استقبال إشارات الأجرام السماوية

أما الأرصاد أو القياسات الجيوديسية ذاتها فيمكن أيضا تقسيمها إلي أربعة أنواع طبقا للهدف منها:

أ- الأرصاد الجيوديسية الأفقية أو ثنائية الأبعاد Horizontal 2D:

قياسات الزوايا الأفقية والرأسية والمسافات و الانحرافات التي تهدف إلي تحديد الموقع الأفقي (خط الطول و دائرة العرض) لنقاط الثوابت الأرضية. قديما ومع استخدام الأجهزة المساحية التقليدية (مثل جهاز الثيودليت) بإمكانياتها البسيطة كانت هذه النقاط تقام علي رؤوس الجبال و

المرتفعات ليسهل رصد الزوايا علي مسافات كبيرة ولم يكن من السهل رصد فروق المناسيب بين هذه النقاط المرتفعة، ومن هنا كانت شبكات الثوابت الجيوديسية شبكات أفقية فقط Two-Dimensional or 2D منفصلة عن الشبكات الجيوديسية الرأسية.

ب- الأرصاد الجيوديسية الرأسية أو أحادية البعد Vertical 1D :

قياسات فروق المناسيب بين مجموعة من النقاط التي تحدد البعد الثالث (المنسوب) لشبكة جيوديسية تغطي الدولة One-Dimensional or 1D. أي أن الشبكة الجيوديسية الرأسية (شبكة الروبيرات) كانت منفصلة عن الشبكة الجيوديسية الأفقية.

ج- الأرصاد الجيوديسية ثلاثية الأبعاد 3D:

مع دخول عصر جيوديسيا الأقمار الصناعية أصبح من الممكن تحديد الإحداثيات ثلاثية الأبعاد (خط الطول و دائرة العرض و الارتفاع) Three-Dimensional or 3Dمجموعة من النقاط التي تكون شبكة جيوديسية ثلاثية الأبعاد تغطي الدولة.

د- الأرصاد الجيوديسية رباعية الأبعاد (الجيوديسيا الديناميكية Dynamic 4D Geodesy):

حيث أن مجال جاذبية الأرض غير ثابت وأيضا بسبب حركة الصفائح الجيولوجية التي يتكون منها كوكب الأرض فأن إحداثيات أي نقطة لن تكون ثابتة مع مرور الزمن. تهتم الجيوديسيا الديناميكية برصد ودراسة التغير في الإحداثيات ثلاثية الأبعاد مع مرور الزمن (الذي يعد البعد الرابع) بحيث يتم تعريف إحداثيات أي نقطة جيوديسية (س،ص،ع) عند لحظة زمنية معينة وليست كإحداثيات مطلقة ثابتة Four-Dimensional or 4D.

QUESTIONS

1. What are the main branches of surveying?
2. Define "geodesy" ?
3. What are the main divisions of geodesy based on the study area?
4. What are the major branches of geodesy based on the nature of geodetic observations?
5. State some sciences that are closely related to geodesy.
6. List some applications of geodetic surveying.
7. What are the main types of geodetic measurements?

الفصل الثاني

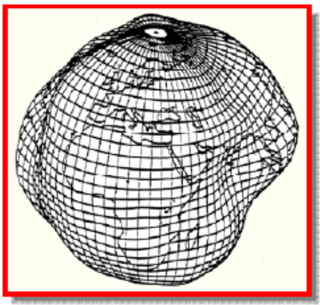
الاحداثيات و الحسابات علي سطح الأرض

يتطلب تحديد أي موقع علي سطح الأرض معرفة ما هو الشكل الدقيق لهذا الكوكب الذي نعيش فوقه وأيضا معرفة بعض القيم الرياضية التي تعبر عن هذا الموقع أو هذا المكان بكل دقة، وهي القيم التي نطلق عليها مصطلح "الإحداثيات Coordinates" علي اختلاف أنواعها و نظمها.

٢-١ شكل الأرض

في بدايات المعرفة البشرية ظن الإنسان أن الأرض هي قرص صلب يطفو فوق سطح الماء ، إلي أن تطور التفكير العلمي للبشر قليلا وجاء العالم اليوناني فيثاغورث Pythagoras في القرن السادس قبل الميلاد وافترض أن الأرض كروية الشكل. وكانت أولي محاولات العلماء لتقدير حجم أو محيط هذه الكرة هي تجربة العالم الإغريقي أراتوستين التي سبق الإشارة إليها في الفصل الأول. وفي القرنين الخامس عشر و السادس عشر أيد كلا من الرحالة كولومبوس Columbus و ماجلان Magellan فكرة كروية الأرض من خلال رحلاتهما الشهيرة بالدوران حول الأرض. في عام ١٦٨٧ طور العالم الشهير نيوتن Newtown عدة مبادئ نظرية علمية وكان أهمها: أن الشكل المتوازن لكتلة مائعة متجانسة خاضعة لقوانين الجذب و تدور حول محورها ليس هو شكل الكرة كاملة الاستدارة لكنه شكل مفلطح قليلا باتجاه القطبين. وفي عام ١٧٣٥ قامت أكاديمية العلوم الفرنسية بتنظيم بعثتين لإجراء القياسات اللازمة للتأكد من هذه الفرضية وأثبتت النتائج فعلا أن الأرض مفلطحة وليست كروية الشكل تماما.

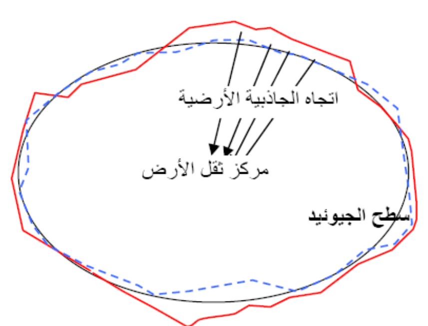
إننا نعيش علي سطح كوكب الأرض وعندما نريد أن نحدد أي موقع علي الأرض فنحن بحاجة إلي أن نقوم بتعريف هذا السطح – شكله و حجمه – لكي يمكننا من معرفة في أي مكان نحن نقع بالضبط. إن شكل السطح الطبيعي للأرض كما خلقه الله تعالي بما يضمه من قارات و محيطات و جبال و أودية و بحار ليس شكلا سهلا وليس منتظما لكي يمكن التعبير عنه بسهولة.



شكل (٢-١) الأرض غير منتظمة الشكل

بحث العلماء عن شكل افتراضي آخر للأرض يكون أقل تعقيدا واهتدوا إلي فكرة أنه طالما أن مساحة الماء في المحيطات و البحار تشكل حوالي ٧٠% من مساحة الأرض فأن شكل الأرض يكاد يكون هو الشكل المتوسط لسطح الماء (إذا أهملنا حركة سطح الماء بسبب التيارات البحرية و المد و الجزر) Mean Sea Level والمعروف اختصارا بأحرف MSL، وإذا قمنا بمد هذا السطح تحت اليابسة لنحصل علي شكل متكامل فأن هذا الشكل سيكون أقرب ما يكون للشكل الحقيقي للأرض. وتم إطلاق اسم الجيويد Geoid علي هذا الشكل الافتراضي [يجب

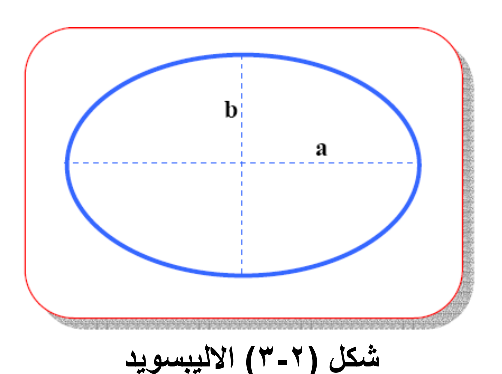
ملاحظة أن هناك فرق في حدود متر واحد فقط بين كلا من MSL و الجيويد إلا أنه في معظم التطبيقات الهندسية تتغاضي عن هذا الفرق و نعتبر أن كلا الشكلين أو المصطلحين يشيرا لنفس الجسم]. ولكن طبقا لمبدأ نيوتن السابق فأن شكل هذا الجيويد لن يكون منتظما لان سطح الجيويد يتعامد مع اتجاه قوة الجاذبية الأرضية وأيضا يخضع لقوة الطرد المركزية الناتجة عن دوران الأرض حول محورها ، وكلا القوتين تختلفان من مكان لآخر علي سطح الأرض بسبب عدم توزيع الكثافة يشكل منتظم . وبذلك نخلص إلي أن الجيويد هو الشكل الحقيقي للأرض إلا أنه شكل معقد أيضا و يصعب تمثيله بمعادلات رياضية تمكننا من رسم الخرائط و تحديد المواقع عليه.



شكل (٢-٢) الجيويد: الشكل الحقيقي للأرض

لتعقد الجيويد وصعوبة تمثيله بمعادلات رياضية أتجه العلماء إلي البحث عن أقرب الأشكال الهندسية المعروفة ووجدوا أن القطع الناقص أو الاليبس Ellipse هو الأقرب ، فإذا دار هذا الاليبس حول محوره فسينتج لنا مجسم القطع الناقص أو الاليبسويد أو الشكل البيضاوي Ellipsoid or Ellipsoid of Revolution ويعرف أيضا باسم الاسفرويد Spheroid (لكن اسم الاليبسويد هو الأكثر انتشارا). ربما يتبادر إلي الأذهان الآن سؤال: ما هو الفرق بين الاليبس و الدائرة أو بمعني آخر ما هو الفرق بين الاليبسويد و الكرة؟ بالنظر لشكل (٢-٣) نجد أن الاليبسويد مفلطح قليلا عند كلا القطبين بعكس الكرة التي تكون كاملة الاستدارة تماما ، أيضا الكرة لها قطر و احد له نفس القيمة في جميع الاتجاهات بينما نجد الاليبسويد له محورين مختلفين. للتعبير عن الاليبسويد يلزمنا معرفة عنصرين (لاحظ أن الكرة يعبر عنها بعنصر واحد فقط هو نصف قطرها):

- نصف المحور الأكبر (المحور في مستوي خط الاستواء) ويرمز له بالرمز a
- نصف المحور الأصغر (المحور بين كلا القطبين) ويرمز له بالرمز b



شكل (٢-٣) الاليبسويد

Thus, the geoid is the true or actual figure of the Earth. But, it is an irregular or complicated figure, that can not be modeled or described mathematically.

On the other hand, the ellipsoid is the best mathematical figure close to the geoid. It can be modeled and described mathematically, so it is used in surveying and mapping computations.

أيضا يمكن تعريف الاليبسويد من خلال عنصري a, and f حيث f هو التفلطح flattening ويحسب بالمعادلة:

$$f = (a - b) / a$$

والجدول التالي يقدم بعض نماذج الاليبسويد المستخدمة عالميا و محليا:

الاليبسويد	نصف المحور الأكبر a (م)	نصف المحور الأصغر b (م)	مقلوب التفلطح 1/f	البلد المستخدم
Bassel 1841	٦٣٧٧٣٩٧	٦٣٥٦٠٧٩	٢٩٩.١٥	عدة دول
Clarck 1880	٦٣٧٨٢٤٩	٦٣٥٦٥١٥	٢٩٣.٥	عدة دول
Helmert 1906	٦٣٧٨٢٠٠	٦٣٥٦٨١٨	٢٩٨.٣	مصر
WGS 72	٦٣٧٨١٣٥	٦٣٥٦٧٥٠.٥٢	٢٩٨.٢٦	عالمي
WGS 84	٦٣٧٨١٣٧	٦٣٥٦٧٥٢.٣١	٢٩٨.٢٥٧	عالمي

٢-٢ نظم الإحداثيات

الإحداثيات Coordinates هي القيم التي بواسطتها نعبر عن موقع معين علي سطح الأرض أو علي الخريطة. وتتعدد أنظمة الإحداثيات تبعا لاختلاف السطح المرجعي الذي يتم تمثيل المواقع عليه. فعند اختيار المستوي كسطح مرجعي (مثل الخريطة) فأن الإحداثيات تكون إحداثيات مستوية أو مسقطة أو ثنائية الأبعاد Two-Dimensional (or 2D) Coordinates. ويرجع اسم ثنائية الأبعاد إلي أن كل نقطة – علي الخريطة مثلا – يلزمها قيمتين لتحديد موقعها وليكن مثلا (س ، ص أو X,Y). بينما عند اعتماد الكرة أو الاليبسويد كسطح مرجعي فأننا نتعامل مع نوع الإحداثيات الفراغية أو الإحداثيات ثلاثية الأبعاد Three-Dimensional (or 3D) Coordinates حيث يجب إضافة ارتفاع النقطة عن سطح المرجع كبعد ثالث لتحديد موقعها الدقيق ، أي نحتاج لمعرفة القيم الثلاثة (س ، ص ، ع أو X,Y,Z) لكل موقع. وفي حالة الكرة تسمي الإحداثيات باسم الإحداثيات الكروية Spherical Coordinates بينما في حالة الاليبسويد تسمي بالإحداثيات الجيوديسية Geodetic Coordinates أو الإحداثيات الجغرافية Geographic Coordinates أو الإحداثيات الاليبسويدية Ellipsoidal Coordinates. كما توجد إحداثيات أحادية البعد One-Dimensional (or 1D) Coordinates وهي غالبا التي تعبر فقط عن ارتفاع النقطة من سطح الشكل المرجعي المستخدم. وفي التطبيقات الجيوديسية و الجيوفيزيقية عالية الدقة توجد إحداثيات رباعية الأبعاد Four-Dimensional (or 4D) Coordinates حيث يتم تحديد

موقع النقطة في زمن محدد بحيث تكون إحداثياتها هي (س ، ص ، ع ، ن أو X,Y,Z,T) حيث البعد الرابع "ن" يعبر عن زمن قياس هذه الإحداثيات لهذا الموقع. وسنستعرض بعض أنظمة الإحداثيات بالتفصيل في الأجزاء التالية.

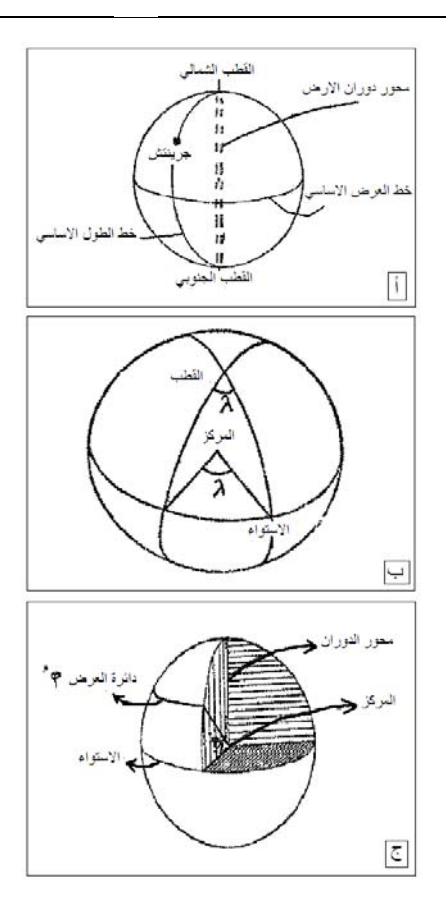
منذ قرون مضت أبتكر العلماء طريقة لتمثيل موقع أي نقطة علي سطح الأرض (باعتبار أن الأرض كرة) وذلك عن طريق:

- تم اتخاذ الخط الأساسي الأفقي هو تلك الدائرة العظمي great circle (أي التي تمر بمركز الأرض) والتي تقع في منتصف المسافة بين القطبين وسميت بدائرة الاستواء.

- أتخذ الخط الأساسي الرأسي ليكون هو نصف الدائرة التي تصل بين القطبين الشمالي و الجنوبي وتمر ببلدة جرينتش بانجلترا (شكل ٢-٤ أ).

- قسمت دائرة الاستواء إلي ٣٦٠ قسما متساويا و رسم علي سطح الأرض ٣٦٠ نصف دائرة (وهمية أو اصطلاحية) تصل بين القطبين وتمر بأحدي نقاط التقسيم علي دائرة الاستواء ، وكل نصف دائرة تسمي خط طول Longitude. ويتضح من ذلك أن الزاوية عند مركز الأرض بين نقطتي تقسيم متجاورتين تساوي ١ درجة (يرمز للدرجة بالرمز °١) لان ٣٦٠ درجة تقابل ٣٦٠ قسما. وتم ترقيم خط طول جرينتش بالرقم صفر وخط الطول المجاور له من جهة الشرق °١ شرق ، ثم °٢ شرق ، .... إلي °١٨٠ شرق وبنفس الطريقة للخطوط الواقعة غرب جرينتش من °١ غرب ، إلي °١٨٠ غرب. وتكون زاوية خط الطول (شكل ٢-٤ ب) هي الزاوية الواقعة في مستوي دائرة الاستواء والمحصورة بين ضلعين يمر أحدهما بخط طول جرينتش بينما يمر الآخر بخط طول النقطة ذاتها.

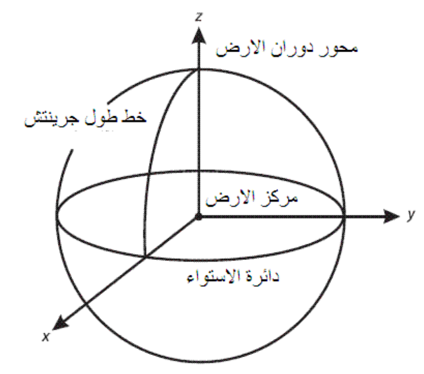
- تم تقسيم خط الطول الأساسي (جرينتش) إلي ١٨٠ قسما متساويا ورسم علي الأرض دوائر صغري وهمية (الدائرة الصغرى هي التي لا تمر بمركز الأرض) توازي دائرة الاستواء وتمر كل دائرة منها بأحدي نقاط تقسيم خط طول جرينتش. وبذلك تكون الزاوية عند مركز الأرض بين نقطتين متجاورتين من نقاط التقسيم تساوي °١ لان ١٨٠ درجة تقابل ١٨٠ قسما ، وأطلق علي هذه الدوائر اسم دوائر العرض ومنهم ٩٠ دائرة شمال دائرة الاستواء و ٩٠ دائرة جنوبه. وبنفس الأسلوب تم ترقيم دائرة الاستواء بالرقم صفر ودائرة العرض المجاور لها من جهة الشمال °١ شمال ، ثم °٢ شمال ، .... إلي °٩٠ شمال وبنفس الطريقة للدوائر الواقعة جنوب دائرة الاستواء من °١ جنوب ، إلي °٩٠ جنوب. زاوية العرض Latitude هي الزاوية الواقعة في مستوي دائرة من دوائر الطول و رأسها عند مركز الدائرة و ضلعها الأساسي يمر في مستوي الاستواء و الضلع الآخر يمر في دائرة من دوائر العرض (شكل ٢-٤ ج).



شكل (٢-٤) تحديد المواقع علي الكرة

٢-٣ الإحداثيات الجغرافية أو الجيوديسية

نظام الإحداثيات الجيوديسية هو أحد نظم الإحداثيات الذي مركزه هو مركز الأرض ومحاوره مثبته مع الأرض أثناء دورانها ولذلك يطلق عليه نظام مركزي أرضي ثابت Earth-Centered Earth-Fixed أو اختصارا ECEF. مركز النظام يقع في مركز جاذبية الأرض، وينطبق محوره الرأسي z مع محور دوران الأرض ، يتجه محوره الأفقي الأول x ناحية خط طول جرينتش بينما محوره الأفقي الثاني y يكون عموديا علي محور x.



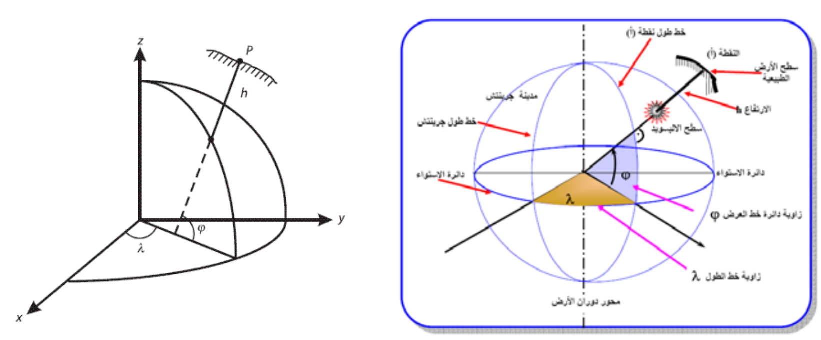
شكل (٢-٥) نظام الإحداثيات الجغرافية أو الجيوديسية

يتم تمثيل موقع أي نقطة في هذا النظام بثلاثة قيم أو ثلاثة إحداثيات ، أي أن هذا النظام ثلاثي الأبعاد 3D:

خط الطول Longitude ويرمز له بالرمز اللاتيني λ (ينطق لامدا) ، وهو الزاوية المقاسة في مستوي دائرة الاستواء بين خط طول جرينتش (وهو خط الطول الذي أصطلح دوليا أن يكون رقم صفر) و خط طول النقطة المطلوبة.

دائرة العرض Latitude ويرمز له بالرمز اللاتيني ϕ (ينطق فاي) ، وهي الزاوية في المستوي الرأسي والتي يصنعها الاتجاه العمودي المار بالنقطة المطلوبة مع مستوي دائرة الاستواء (يلاحظ في الشكل أن الاتجاه العمودي علي سطح الاليبسويد لا يمر بمركز الاليبسويد عكس حالة الكرة حيث يمر العمودي علي سطح الكرة بمركزها).

الارتفاع عن سطح الاليبسويد ويرمز له بالرمز h ويسمي الارتفاع الجيوديسي أو الارتفاع الاليبسويدي Geodetic or Ellipsoidal Height

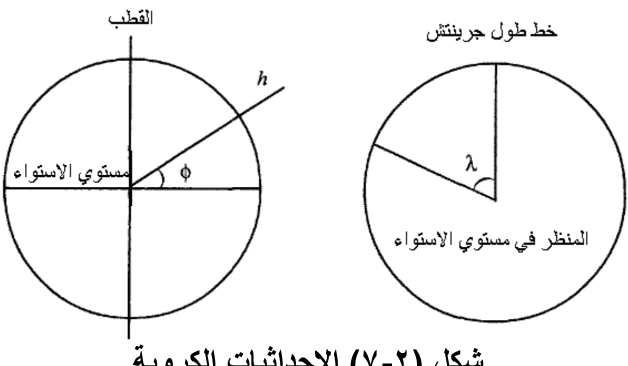


شكل (٢-٦) الإحداثيات الجغرافية أو الجيوديسية

وتوجد عدة نظم للوحدات المستخدمة في التعبير عن خطوط الطول و دوائر العرض أشهرها نظام الوحدات الستيني ، وفيه يتم تقسم الدائرة الكاملة إلي ٣٦٠ درجة (رمز الدرجة هو ^{o}) ثم تقسم الدرجة إلي ٦٠ جزء كلا منهم يسمي الدقيقة (رمز الدقيقة هو ') ثم لاحقا تقسم الدقيقة الواحدة إلي ٦٠ جزء يسمي الواحد منهم بالثانية (رمز الثانية هو "). كمثال: خط الطول 30^{o} 45' 52.3" يعني أن موقع هذه النقطة عند ٣٠ درجة و ٤٥ دقيقة و ٥٢.٣ ثانية. تكون خطوط الطول أما شرق خط طول جرينتش (يرمز لها بإضافة حرف ق أو E) أو غرب جرينتش (يرمز لها بإضافة حرف غ أو W). أما بالنسبة لدوائر العرض فتكون أما شمال دائرة الاستواء (يرمز لها بإضافة حرف ش أو N) أو جنوب خط الاستواء (يرمز لها بإضافة حرف ج أو S).

<u>٢-٤ الإحداثيات الكروية</u>

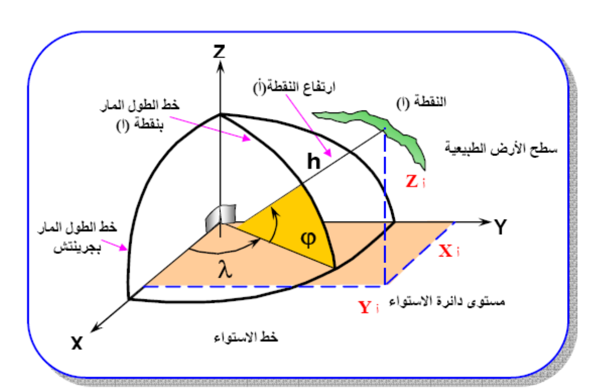
يشبه نظام الإحداثيات الكروية Spherical Coordinates نظام الإحداثيات الجيوديسية أو الجغرافية ألا في اختلاف واحد فقط ألا وهو أن السطح المرجعي هنا هو الكرة و ليس الاليبسويد. يلاحظ في الشكل (خاصة لقياس دائرة العرض ϕ) أن الاتجاه العمودي علي سطح الكرة يمر بمركزها عكس حالة الاليبسويد حيث لا يمر العمودي علي سطح الاليبسويد بمركزه.



شكل (٢-٧) الإحداثيات الكروية

٢-٥ الإحداثيات الجيوديسية الكارتيزية أو الفراغية أو الديكارتية

هو نظام إحداثيات مشابه تماما في تعريفه لنظام الإحداثيات الجيوديسية ألا أنه يتميز أن إحداثياته الثلاثة تكون طولية (أي بالمتر أو الكيلومتر) و ليس منحنية (بالدرجات) مما يجعله أسهل في التعامل وخاصة في الحسابات ، وقد أبتكره العالم الفرنسي ديكارت في القرن السابع عشر. نقطة الأصل لنظام الإحداثيات الجيوديسية الكارتيزية Cartesian Geodetic Coordinates هي مركز الأرض ومحوره الأول X ينشأ من تقاطع مستوي خط الطول المار بجرينتش مع مستوي دائرة الاستواء ومحوره الثاني Y هو العمودي علي محور X بينما المحور الثالث (الرأسي) Z هو محور دوران الأرض و الذي يمر بمركز الأرض وكلا القطبين. ويعبر عن موقع كل نقطة بثلاثة إحداثيات: X, Y, Z.



شكل (٢-٨) الإحداثيات الجيوديسية الكارتيزية

٢-٦ التحويل بين الإحداثيات

٢-٦-١ تحويل الاحداثيات الجيوديسية الي احداثيات كارتيزية:

يمكن باستخدام مجموعة المعادلات التالية تحويل الإحداثيات الجيوديسية أو الجغرافية ($\phi, \lambda,$ h) إلي الإحداثيات الجيوديسية الكارتيزية (X, Y, Z):

$$X = (c + h) \cos \phi \cos \lambda$$
$$Y = (c + h) \cos \phi \sin \lambda \qquad (2\text{-}1)$$
$$Z = [\, h + c\,(1-e^2)\,] \sin \phi$$

حيث c يسمي نصف قطر التكور radius of curvature ، e تسمي المركزية الأولي first eccentricity ويتم حسابهما كالتالي:

$$c = a \Big/ \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi} \qquad (2\text{-}2)$$

and

$$e = \sqrt{a^2 - b^2} \Big/ a \qquad (2\text{-}3)$$

(***P.S:*** use the precise value of **π = 3.141592654**)

Example:

Compute the Cartesian coordinates (X, Y, Z) of point A whose geodetic latitude equals 30^o, geodetic longitude equals 31^o, and geodetic height equals 20 m.

Use the WGS 1984 ellipsoid whose parameters are:
semi-major axis (a) = 6378137 m, and
semi-minor axis (b) = 6356752 m.

Solution:

$e = [\sqrt{(a^2 - b^2)}\,] / a$
$= [\sqrt{(6378137^2 - 6356752^2)}\,] / 6378137$
$= 0.081819791$

$$c = \frac{a}{\sqrt{(1 - e^2 \sin^2 \phi)}}$$

$= 6378137 / (\sqrt{1 - 0.081819791^2 \sin^2 (30)}) = 6383480.996$ m

X = (c + h) cos ϕ cos λ
= (6383484.903 + 20) cos (30^o) cos (31^o)
= 4738655.726 m

Y = (c + h) cos ϕ sin λ
= (6383484.903 + 20) cos (30^o) sin (31^o)
= 2847271.613 m

Z = [h + c (1-e^2)] sin ϕ
= (20 + 6383484.903 (1 - 0.081819791^2) sin (30^o)
= 3170383.461 m

٢-٦-٢ تحويل الاحداثيات الكارتيزية الي احداثيات جيوديسية:

للتحويل من الإحداثيات الجيوديسية الكارتيزية (X, Y, Z) إلي الإحداثيات الجيوديسية أو الجغرافية (ϕ, λ, h) فأحد الحلول يتمثل في المعادلات التالية:

$$\tan\lambda = Y / X$$

$$\tan\phi = [Z/(\sqrt{X^2+Y^2})] \big/ [1-e^2 c/(c+h)] \qquad (2\text{-}4)$$

$$h = (\sqrt{X^2+Y^2}) \big/ \cos\phi) - c$$

نلاحظ في هذه المعادلات أننا نحتاج لمعرفة قيمة c لكي نستطيع حساب قيمة ϕ و h ، لكن لنحسب قيمة c من المعادلة ٢-٢ فأننا نحتاج لمعرفة قيمة ϕ ! ولذلك يتم حساب هذا النوع من التحويل بطريقة تكرارية Iterative ، حيث نبدأ باستخدام قيمة تقريبية لدائرة العرض ϕ ونحسب قيمة تقريبية لنصف قطر التكور c ثم نأخذ قيمة c هذه لنحسب منها قيمة جديدة ϕ وهكذا لعدد من المرات إلي أن نجد عدم وجود أي فرق جوهري Significant بين قيمتين متتاليتين لدائرة العرض ϕ.

Example:

Compute the geodetic coordinates (ϕ, λ, h) of point B whose Cartesian coordinates are: X = 4713650.570 m, Y = 2888528.784 m, and Z = 3170398.735 m.

Again, use the WGS 1984 ellipsoid whose parameters are:
semi-major axis (a) = 6378137 m, and
semi-minor axis (b) = 6356752 m.

Solution:

$\tan\lambda = Y/X$ = 2888528.784 / 4713650.570

λ = 31° 30' 00"

Set approximate latitude as = 29.5°

e = [√ (a^2 - b^2)] / a
= [√ (6378137 ^{2} - 6356752 ^{2})] / 6378137 = 0.081819791

Iteration 1:

$c = a \big/ \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi}$
= 6378137 / √ (1- 0.081819791^2 sin^2 (29.5°) = 6383320.073

$h = (\sqrt{X^2 + Y^2}) \big/ \cos\phi) - c$
= (√ (4713650.570^2 + 2888528.784^2)/ cos (29.5 °) - 6383320.073
= -31549.221

$\tan\phi = [Z/(\sqrt{X^2 + Y^2})] \big/ [1 - e^2 c/(c + h)]$
= (3170398.735 / (√ (4713650.570^2 + 2888528.784^2) /
(1 - 0.081819791^2 x 6383320.073 / (6383320.073 -31549.221)

ϕ = 29° 59' 19.55"

Iteration 2:

$c = a \big/ \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi}$
= 6378137 / √ (1- 0.081819791^2 sin^2 (29° 59' 19.55")
= 6383481.266

$h = (\sqrt{X^2 + Y^2}) \big/ \cos\phi) - c$
= (√ (4713650.570^2 + 2888528.784^2)/ cos(29° 59' 19.55") -
6383481.266
= +103.319

$\tan\phi = [Z/(\sqrt{X^2+Y^2})] \big/ [1-e^2 c/(c+h)]$

= (3170398.735 / (√ (4713650.570^2 + 2888528.784^2) /
(1 - 0.081819791^2 x 6383481.266 / (6383481.266 +103.319)

ϕ = 30° 0' 0.0"

Iteration 3:

$c = a \big/ \sqrt{1-e^2\sin^2\phi}$ = 6383480.997

$h = (\sqrt{X^2+Y^2} \big/ \cos\phi) - c$ = 49.989

$\tan\phi = [Z/(\sqrt{X^2+Y^2})] \big/ [1-e^2 c/(c+h)]$

ϕ = 30° 0' 0.01"

And so:

Iteration 4:

$c = a \big/ \sqrt{1-e^2\sin^2\phi}$ = 6383480.997

$h = (\sqrt{X^2+Y^2} \big/ \cos\phi) - c$ = 50.078

ϕ = 30° 0' 0.01"

Iteration 5:

$c = a \big/ \sqrt{1-e^2\sin^2\phi}$ = 6383480.997

$h = (\sqrt{X^2+Y^2} \big/ \cos\phi) - c$ = 50.078

ϕ = 30° 0' 0.01"

Stop the iteration right here, since there are no changes in the values of both latitude and height.

So, the final geodetic coordinates of point B are:

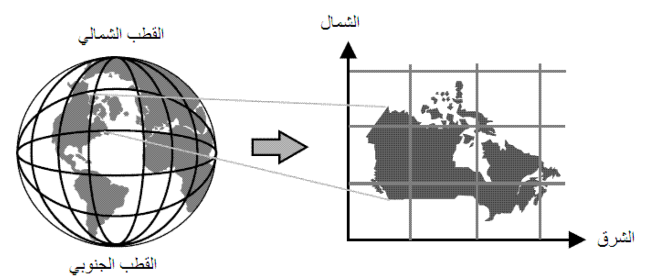
Latitude: $\phi = 30^{o}\ 0'\ 0.01''$

Longitude: $\lambda = 31^{o}\ 30'\ 00''$

height: h = 50.078 m

٢-٧ إسقاط الخرائط

إسقاط الخرائط Map Projection هو العملية الرياضية التي تمكننا من تحويل الإحداثيات علي مجسم الأرض - سواء كان الشكل المرجعي الذي يمثل الأرض هو الكرة أو الاليبسويد- (أي إحداثيات ثلاثية الأبعاد) إلي إحداثيات ممثلة علي سطح مستوي وهو الخريطة (أي إحداثيات ثنائية الأبعاد أو إحداثيات شبكية Grid Coordinates). أو بمعني آخر: هو العملية التي تمكننا من تحويل قيم خط الطول و دائرة العرض لموقع إلي الاحداثي الشرقي و الاحداثي الشمالي المطلوبين لتوقيع هذا الموقع علي الخريطة. ويسمي الشكل الناتج عن عملية الإسقاط بالمسقط.



شكل (٢-٩) عملية إسقاط الخرائط

ولا يمكن بأي حال من الأحوال أن تتم عملية تحويل الشكل المجسم للأرض إلي شكل مستوي (خريطة) بصورة تامة ولكن سيكون هناك ما نسميه " التشوه Distortion" في أي طريقة من طرق إسقاط الخرائط. تحاول الطرق المختلفة لإسقاط الخرائط أن تحافظ علي واحدة أو أكثر من الخصائص التالية بين الهدف الحقيقي علي الأرض و صورته علي الخريطة(مرة أخري لا يمكن تحقيق كل الخصائص مجتمعة):

- تطابق في المساحات
- تطابق في المسافات
- تطابق في الاتجاهات
- تطابق في الزوايا
- تطابق في الأشكال

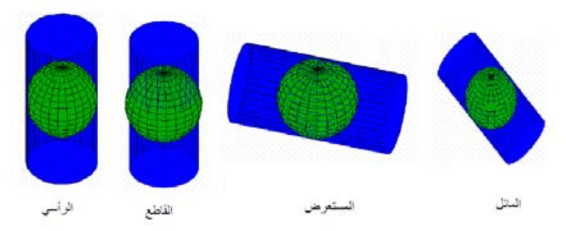
هناك بعض أنواع الإسقاط التي تحافظ علي المسافات وتسمي مساقط المسافات المتساوية Equidistance Projection وأنواع تحافظ علي الأشكال و الزوايا معا لكن في مساحات محدودة وتسمي مساقط التماثل Conformal Projection (وهي الأقرب للاستخدام في

التطبيقات المساحية) وأنواع ثالثة تحافظ علي المساحات وتسمي مساقط المساحات المتساوية Equal-Area Projection.

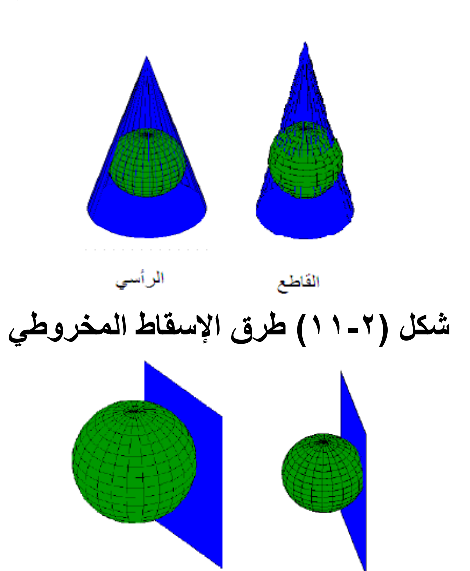
تنقسم مساقط الخرائط إلي ٤ مجموعات رئيسية:

- المساقط الاسطوانية Cylindrical Projections: تنشأ من إسقاط سطح الأرض علي اسطوانة والتي أما تمس الأرض رأسيا أو تقطعها أو تمس الأرض عرضيا أو بصورة مائلة.
- المساقط المخروطية Conical; Projection: تنشأ من إسقاط سطح الأرض علي مخروط والذي أما يمس الأرض رأسيا أو يقطعها.
- المساقط السمتية أو المستوية أو الاتجاهية Azimuthal Projection: تنشأ من إسقاط سطح الأرض علي مستوي والذي أما يمس الأرض رأسيا عند نقطة محددة أو يقطعها في دائرة.
- مساقط أخري خاصة.

غالبا يلعب شكل المنطقة الجغرافية المطلوب إسقاطها دورا مهما في تحديد طريقة الإسقاط المناسبة ، فكمثال نختار طريقة إسقاط سمتيه إذا كانت شكل المنطقة شبه دائري و طريقة إسقاط اسطوانية للمناطق شبه المستطيلة و طريقة إسقاط مخروطية للمناطق شبه المثلثية.



شكل (٢-١٠) طرق الإسقاط الاسطواني



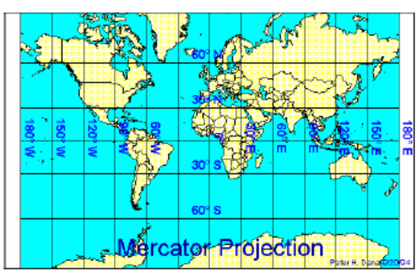
شكل (٢-١١) طرق الإسقاط المخروطي

شكل (٢-١٢) طرق الإسقاط السمتي أو المستوي

وفي الجزء التالي سنستعرض بعض نماذج مساقط الخرائط الشهيرة:

مسقط ميريكاتور Mercator Projection:

مسقط أسطواني يحقق شرط أن خطوط الطول و دوائر العرض تتقاطع في زوايا قائمة تماما. يكون المقياس scale صحيحا عند دائرة الاستواء أو عند دائرتي عرض قياسيتين Standard Parallels علي مسافات متساوية من الاستواء. غالبا يستخدم هذا المسقط في الخرائط البحرية.



شكل (٢-١٣) مسقط ميريكاتور

مسقط ميريكاتور المستعرض Transverse Mercator Projection:

ينتج هذا المسقط من إسقاط الأرض علي اسطوانة تمسها عند خط طول مركزي Central Meridian. وغالبا يستخدم هذا المسقط للمناطق التي تمتد في اتجاه شمال-جنوب أكبر من امتدادها في اتجاه شرق-غرب. يزداد التشوه (في المقياس و المسافة و المساحة) كلما ابتعدنا عن خط الطول المركزي ، ولذلك نلجأ إلي فكرة الشرائح عند استخدام هذا المسقط حيث يكون عرض الشريحة الواحدة – في اتجاه الشرق – ثلاثة أو أربعة درجات من خطوط الطول بحيث لا يكون مقدار التشوه كبيرا عند أطراف الشريحة التي يقع خط طولها المركزي في منتصفها. مسقط ميريكاتور المستعرض مستخدم في خرائط الكثير من دول العالم مثل مصر و بريطانيا.

مسقط ميريكاتور المستعرض العالمي Universal Transverse Mercator Projection:

يعد أشهر أنواع مساقط الخرائط علي المستوي العالمي و يرمز له اختصارا بأحرف UTM. يعتمد مسقط UTM علي إيجاد طريقة لرسم خرائط العالم كله وذلك عن طريق تقسيم الأرض إلي ٦٠ شريحة zones كلا منها يغطي ٦ درجات من خطوط الطول بحيث يكون لكل شريحة مسقط UTM له خط طول مركزي Central Meridian يقع في مركز هذه الشريحة. وتمتد شرائح مسقط UTM من دائرة العرض ٨٠ جنوبا إلي دائرة العرض ٨٤ شمالا. ترقم الشرائح من رقم ١ إلي رقم ٦٠ بدءا من خط الطول ١٨٠° غرب ، بحيث تمتد الشريحة الأولي من ١٨٠° غرب إلي ١٧٤° غرب ويكون خط طولها المركزي central meridian عند ١٧٧° غرب. وتقسم كل شريحة طولية إلي مربعات كل ٨ درجات من دوائر العرض ، بحيث يكون هناك حرف خاص – كاسم - لكل مربع من هذه المربعات ، وتبدأ الحروف من حرف C جنوبا إلي حرف X شمالا مع استبعاد حرفي I و O. ويكون معامل المقياس scale factor مساويا ٠.٩٩٩٦ عند خط الطول المركزي ، بحيث مع ازدياد التشوه كلما بعدنا عن خط الطول المركزي فأن أقصي قيمة لمعامل القياس عند أطراف الشريحة ستكون ١.٠٠٠٩٧ عند خط الاستواء أو ١.٠٠٠٢٩ عند دائرة عرض ٤٥° ش.

شكل (٢-١٤) شرائح مسقط ميريكاتور المستعرض للدول العربية

٢-٨ نظم الإحداثيات المسقطة أو المستوية

الإحداثيات المسقطة Projected Coordinates هي الإحداثيات المستوية ثنائية الأبعاد 2D الناشئة عن تطبيق احدي طرق إسقاط الخرائط ، أي هي إحداثيات أي نقطة علي الخريطة وليس علي سطح الأرض. وغالبا يرمز لها بالاحداثي الشرقي Easting أو اختصارا E و الاحداثي الشمالي Northing أو اختصارا N (البعض يقع في غلطة و يستخدم الرمزين x, y الذين أصبح استخدامهما متعارفا عليه بصورة شائعة للدلالة علي الإحداثيات الجيوديسية الكارتيزية X, Y, Z). وحيث أن طرق إسقاط الخرائط متعددة بصورة كبيرة جدا فسنستعرض هنا مثال واحد فقط لنظم إحداثيات مسقطة للتعرف علي كيفية التعامل مع هذه النظم و العناصر المطلوب معرفتها في كل نظام منهما.

نظام الإحداثيات المصرية ETM

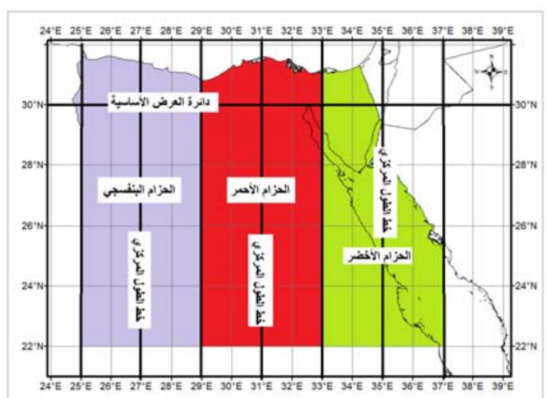
نظام إحداثيات الخرائط المصرية Egyptian Transverse Mercator أو اختصارا ETM هو نظام إسقاط ميريكاتور مستعرض. وحتى يمكن تقليل التشوه في الخرائط فقد تم تقسيم جمهورية مصر العربية إلي ثلاثة مناطق أو شرائح Zones وتسمي عاده باسم أحزمة Belts (٣ أحزمة). في هذا النظام تم اعتماد المرجع الجيوديسي Geodetic Datum (أي الاليبسويد) المستخدم في خرائط الهيئة المصرية العامة للمساحة هو اليبسويد هلمرت ١٩٠٦ Helmert 1906.

توجد عدة عناصر يجب تعريفها لكل شريحة من شرائح مسقط ميريكاتور المستعرض ، وهذه العناصر تسمي معاملات الإسقاط Projection Parameters وتشمل:

- موقع نقطة الأصل للإسقاط Origin والذي يحدد من خلال قيمتين: خط الطول المركزي Central Meridian ودائرة العرض القياسية Standard Parallel.
- لتفادي وجود إحداثيات سالبة (غير مستحبة في الخرائط) فيتم إعطاء قيم إحداثيات مفترضة أو زائفة لنقطة الأصل بدلا من إعطائها الإحداثيات صفر شرقا و صفر شمالا، وذلك عن طريق تحديد عنصرين آخرين هما: الاحداثي الشرقي الزائف False Easting و الاحداثي الشمالي الزائف False Northing.

- العنصر الخامس - من معاملات الإسقاط - المطلوب تحديده هو قيمة معامل مقياس الرسم عند خط الطول المركزي.

و تجدر الإشارة إلي أنه في بعض برامج الكمبيوتر software يسمي هذا النظام Old Egyptian Datum 1907 أو اختصارا باسم OED 1907. يتميز هذا النظام بقيم عناصر الإسقاط تخص مصر، وتتغير قيم هذه العناصر مع كل حزام (منطقة) من الخرائط المصرية كالآتي:



شكل (٢-١٤) شرائح نظام الإسقاط المصري ETM

<u>١- الحزام الأحمر Red Belt:</u>

يغطي هذا الحزام المنطقة الوسطي من مصر وذلك من خط طول ٢٩ شرقا إلي خط طول ٣٣ شرقا. وتكون قيم عناصر نظام ETM في هذا الحزام هي:

الاحداثي الشرقي المفترض	False Easting = 615 000 m
الاحداثي الشمالي المفترض	False Northing = 810 000 m
دائرة العرض	Latitude = 30^{o} 0' 0"
خط الطول	Longitude = 31^{o} 0' 0"
معامل مقياس الرسم	Scale on central Meridian = 1.00
عرض المنطقة	Zone width = 4^{o} 0' 0"

<u>٢- الحزام الأزرق Blue Belt:</u>

يغطي هذا الحزام المنطقة الشرقية من مصر وذلك من خط طول ٣٣ شرقا إلي خط طول ٣٧ شرقا. وتكون قيم عناصر نظام ETM في هذا الحزام هي:

الاحداثي الشرقي المفترض	False Easting = 300 000 m
الاحداثي الشمالي المفترض	False Northing = 110 000 m
دائرة العرض	Latitude = 30^{o} 0' 0"
خط الطول	Longitude = 35^{o} 0' 0"
معامل مقياس الرسم	Scale on central Meridian = 1.00
عرض المنطقة	Zone width = 4^{o} 0' 0"

٣- الحزام البنفسجي Purple Belt:

يغطي هذا الحزام المنطقة الغربية في مصر وذلك من خط طول ٢٥ شرقا إلي خط طول ٢٩ شرقا. وتكون قيم عناصر نظام ETM في هذا الحزام هي:

الاحداثي الشرقي المفترض	False Easting = 700 000 m
الاحداثي الشمالي المفترض	False Northing = 200 000 m
دائرة العرض	Latitude = 30^{o} 0' 0"
خط الطول	Longitude = 27^{o} 0' 0"
معامل مقياس الرسم	Scale on central Meridian = 1.00
عرض المنطقة	Zone width = 4^{o} 0' 0"

Sheet No. 1

1. Define Geoid?

2. Define Ellipsoid?

3. What is the relation between the geoid and the ellipsoid?

4. What parameters define an ellipsoid?

5. What are the types of coordinates used in surveying?

6. Compute the Cartesian coordinates (X, Y, Z) of point A whose geodetic latitude equals 30^o, geodetic longitude equals 31^o 30', and geodetic height equals 50 m. Use the WGS 1984 ellipsoid whose parameters are: semi-major axis (a) = 6378137 m, and semi-minor axis (b) = 6356752 m.

7. Compute the Cartesian coordinates (X, Y, Z) of point B whose geodetic latitude equals 31^o, geodetic longitude equals 32^o, and geodetic height equals 100 m. Use the Helmert 1906 ellipsoid whose parameters are: semi-major axis (a) = 6378200 m, and semi-minor axis (b) = 6356818.17 m.

8. Compute the geodetic coordinates (ϕ, λ, h) of point C whose Cartesian coordinates are: X = 4712987.099 m, Y = 2866960.649 m, and Z = 3190719.116 m. Again, use the above WGS 1984 ellipsoid.

9. Compute the geodetic coordinates (ϕ, λ, h) of point D whose Cartesian coordinates are: X = 4663410.023 m, Y = 2915479.860 m, and Z = 3219461.619 m. Again, use the above Helmert 1906 ellipsoid.

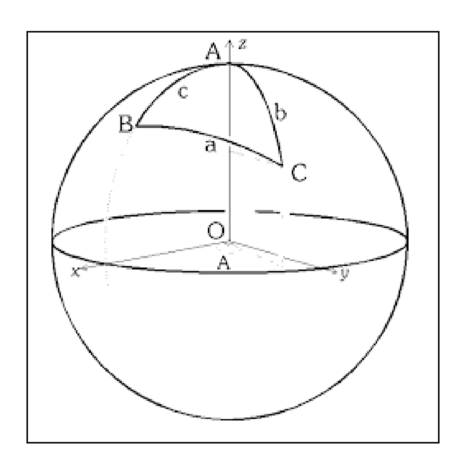
الفصل الثالث

المثلثات الكرية

٣-١ مقدمة:

يصعب إجراء الحسابات علي السطح الطبيعي للأرض حيث أن هذا السطح يحتاج تحديده إلي عدد كبير جدا من المجاهيل Parameters للمعالم والحدود . كما وجد أن هذه الحسابات علي مجسم الأرض الدوراني (الاليبسويد) يحتاج إلي إستعمال معادلات وعلاقات رياضية تستغرق جهدا كبيرا ، وأن إسقاط رؤوس المثلثات علي سطح مجسم الأرض الدوراني إلي سطح كروي يمس السطح الدوراني في مركز المثلث لا يغير كثيرا من زوايا المثلث ، وأن الخطأ الذي يتسبب عن هذا الإسقاط لا يزيد عن الخطأ المحتمل من عمليات الرصد وبذلك يمكننا إستعمال المثلثات الكروية عند إجراء الحسابات علي سطح الأرض وبالتالي يجب علينا معرفة بعض الخصائص لهذه المثلثات .

عند دراسة العلاقة بين المثلث المنشأ علي سطح الإلبسويد (السطح الأساسي للإسناد علي سطح الأرض) والمثلث المنشأ علي سطح الكرة التي تمس سطح الإلبسويد في مركز هذا المثلث وجد أن إسقاط رؤوس المثلث الإلبسويدي علي سطح الكرة لا يغير كثيرا من عناصر المثلث المذكور، ويعادل الخطأ الناتج في هذه الحالة الأخطاء العارضة في عمليات الرصد . لذلك استخدمت قواعد حل المثلثات الكرية spherical triangles في كثير من الأعمال الجيوديسية المتوسطة والصغيرة المساحة والتي لا يتأثر معها استخدام المثلثات الكرية .



تعاريف هامة في المثلثات الكريه :

الدائرة العظمي: هي الدائرة التي تنتج عن تقاطع الكرة بمستوي يمر بمركزها.

الدائرة الصغري: هي كل دائرة تنتج من تقاطع الكرة بمستوي لا يمر بمركزها

ضلع المثلث الكري: هو قوس من دائرة عظمي، ويقدر طوله بالتقدير الدائري في معظم الأحيان، ويساوي الزاوية التي يقابلها عند المركز .

<u>زاوية المثلث الكري</u>: هي الزاوية المحصورة بين المماسيين لضلعي الزاوية

<u>الزيادة الكريه</u> **:** مقدار زيادة مجموع زوايا المثلث الكري الداخلية عن 180°، أي أن:

$$\varepsilon = A + B + C - 180^0$$

حيث: ε هي الزيادة الكرية، A, B, C هي زوايا المثلث الكري.

ويمكن حساب الزيادة الكرية من المعادلة:

$$\varepsilon = S / R^2$$

حيث: S مساحة المثلث الكري، R نصف قطر الكرة.

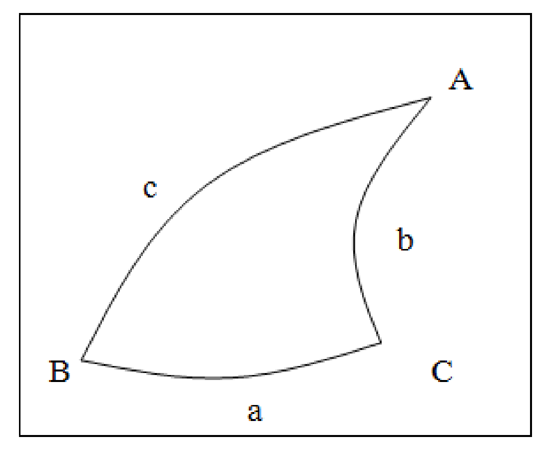
<u>المثلث الكري:</u> هو المثلث المرسوم على سطح كرة وتتكون أضلاعه الثلاثة من أقواس علي دوائر عظمي.

A spherical triangle is a closed figure formed on the surface of a sphere that is bounded by three arcs of great circles.

<u>٣-٢ طرق حل المثلث الكري:</u>

تختلف قوانين المثلث الكري عن قوانين المثلثات المستوية أي المرسومة على سطح مستوى. وبالمثلث الكري ستة عناصر: ثلاثة زوايا وثلاثة أضلاع مثل المثلث المستوي، ويتم حساب الأضلاع بوحدات الدرجات والدقائق والثواني وليس بوحدات الأطوال والمسافات، ومجموع زوايا المثلث الكروي أكبر من 180° وأقل من 540° ومجموع الأضلاع أقل من 360° .

وبما أن كل من زوايا وأضلاع المثلث الكروي تقاس بالدرجات، فإن قوانين حساب المثلثات الكروي تختلف نوعاً ما عن قوانين حساب المثلثات المستوية وللمثلثات الكروية قوانين كثيرة أشهرها.



<u>Case (1)</u> : When <u>3 Sides</u> are given

وفي هذه الحالة (المعلوم الثلاث أضلاع في المثلث) نستخدم قاعدة جيوب التمام (Cosine law) التالية :

$$\cos A = \frac{\cos a - \cos b.\cos c}{\sin b.\sin c}$$

<u>Case (2)</u> : When <u>3 Angles</u> are given

وفي هذه الحالة نستخدم قاعدة جيوب التمام (Cosine law) التالية :

$$\cos a = \frac{\cos A + \cos B.\cos C}{\sin B.\sin C}$$

<u>Case (3)</u> : When <u>2 Sides and the included Angle</u> are given

من الحالة الأولي بإستخدام نفس القاعدة مع ضرب الطرفين في الوسطين فمثلا حين يكون المعلوم الضلعين b ؛ c والزاوية A يكون:

$$\cos a = \cos A.\sin b.\sin c + \cos b.\cos c$$

<u>Case (4)</u> : When <u>2 Angles and the side between them</u> are given

من الحالة الثانية بإستخدام نفس القاعدة مع ضرب الطرفين في الوسطين فمثلا حين يكون المعلوم الزاويتان B ؛ C والضلع a يكون:

$$\cos A = \cos a.\sin B.\sin C - \cos B.\cos C$$

<u>Case (5)</u> :When <u>2 Angles and the side not between them</u> are given

وفي هذه الحالة يمكننا حساب الضلع بقاعدة الجيوب (Sine law) كالتالي :

$$\frac{\text{Sin A}}{\text{Sin a}} = \frac{\text{Sin B}}{\text{Sin b}} = \frac{\text{Sin C}}{\text{Sin c}}$$

وبعد استخدام القاعدة السابقة يصبح لدينا زاويتان والضلعان المقابلين:

$$\tan \frac{A+B}{2} = \frac{\text{Cos}\ \frac{a-b}{2}}{\text{Cos}\ \frac{a+b}{2}} . \text{Cot}\ \frac{C}{2}$$

Case (6) : When 2 Sides and the angle not included are given

كما بالحالة السابقة يمكن حساب الزاوية المقابلة للضلع المعلوم كالتالي :

$$\frac{\text{Sin A}}{\text{Sin a}} = \frac{\text{Sin B}}{\text{Sin b}} = \frac{\text{Sin C}}{\text{Sin c}}$$

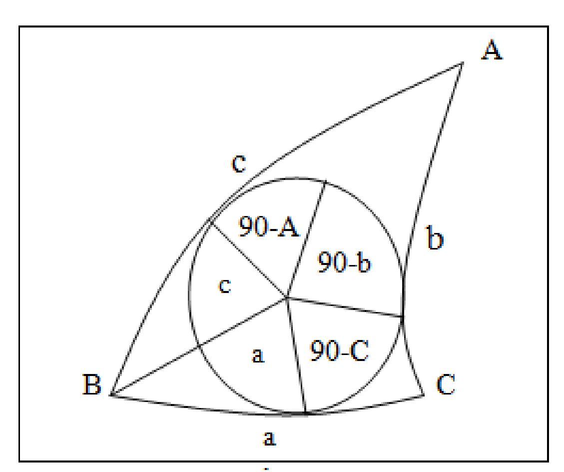
وبعد إستخدام القاعدة السابقة يصبح لدينا زاويتان والضلعان المقابلين:

$$\tan\frac{a+b}{2} = \frac{\cos\frac{A-B}{2}}{\cos\frac{A+B}{2}} \cdot \tan\frac{c}{2}$$

Case (7) : When a right angle triangle is given

في هذه الحالة يمكننا بسهولة إستخدام القاعدة المعروفة بقاعدة نابيير Napier's diagram في حل هذا المثلث ، وحتى يمكن الحصول علي هذه القاعدة نتبع ما يلي (بفرض أن المثلث قائم الزاوية في B) :

١. نرسم دائرة داخل المثلث .
٢. نقسم الدائرة إلي خمسة أقسام ويكون أول فواصلها خطا يصل مركز الدائرة برأس الزاوية القائمة . ويسمي كل قسم يمس ضلعا من الأضلاع بإسم هذا الضلع والقسمان المتبقيان بإسم الزاويتين الغير قائمتين .



٣. يطرح كل عنصر في الدائرة من 90° ما عدا ضلعي القائمة .
٤. عند حل المثلث القائم الزاوية في B فإن :

$$\sin a = \tan c.\tan(90 - C) = \cos(90 - A).\cos(90 - b)$$

أي أنه كقاعدة عامة بعد رسم الدائرة السابقة يكون :

جيب أي عنصر في الدائرة = مضروب ظل العنصرين المجاورين .
مضروب جيب تمام العنصرين المقابلين

٣-٣ حساب مساحة المثلث الكري :

بعد حل المثلث الكري والحصول علي زواياه الداخلية والتي تكون دائما أكبر من 180ْ ، فإن مساحة المثلث الكري تكون :

مساحة المثلث الكري = الزيادة الكرية بالتقدير الدائري × نق٢

Area of spherical triangle = spherical excess x (π /180) x R^2

ويلاحظ أن قيمة الزيادة الكرية في القاعدة السابقة يعوض عنها بالتقدير الدائري حتى تكون بدون وحدات .

Example (1)

In a spherical triangle ABC, if a = 75^o ; B = 110^o and C = 85^o

Calculate A ; b and c ?

Solution

المعلوم بالمثلث السابق زاويتان والضلع المحصور بينهما :

$$\cos A = \cos a . \sin B . \sin C - \cos B . \cos C$$

ومن المعادلة السابقة يكون :

A = 74^o 13' 16.6" …………… (1)

وبعد حساب قيمة الزاوية الثالثة بالمثلث يكون لدينا الثلاث زوايا :

$$\text{Cos b} = \frac{\text{Cos B} + \text{Cos A . Cos C}}{\text{Sin A . Sin C}} = -0.33205$$

b = 109^o 15' 9.5" …………… (2)

وبالمثل يمكننا حساب الضلع الثالث كالتالي:

c = 90^o 20' 35.9" …………… (3)

Example (2)

Given a spherical triangle ABC, where a = 165^o ; b = 100^o and c = 75^o

Solve the triangle to find it unknown three elements ?

Solution

المعلوم بالمثلث السابق الثلاثة أضلاع وباستخدام القاعدة التالية يكون:

$$\text{Cos } A = \frac{\text{Cos } a - \text{Cos } b \,.\, \text{Cos } c}{\text{Sin } b \,.\, \text{Sin } c} = \frac{\text{Cos } 165 - \text{Cos } 100 \times \text{Cos } 75}{\text{Sin } 100 \times \text{Sin } 75}$$

ومن المعادلة السابقة يمكننا الحصول علي قيمة زاوية A كالتالي:

A = 165^o 29' 14.7" …………… (1)

وبالمثل وباستخدام نفس القاعدة يمكننا الحصول علي باقي الزوايا :

$$\text{Cos } B = \frac{\text{Cos } b - \text{Cos } a \,.\, \text{Cos } c}{\text{Sin } a \,.\, \text{Sin } c} = \frac{\text{Cos } 100 - \text{Cos } 165 \times \text{Cos } 75}{\text{Sin } 165 \times \text{Sin } 75}$$

B = 72^o 22' 41.4" …………… (2)

$$\text{Cos } C = \frac{\text{Cos } c - \text{Cos } a \,.\, \text{Cos } b}{\text{Sin } a \,.\, \text{Sin } b} = \frac{\text{Cos } 75 - \text{Cos } 165 \times \text{Cos } 100}{\text{Sin } 165 \times \text{Sin } 100}$$

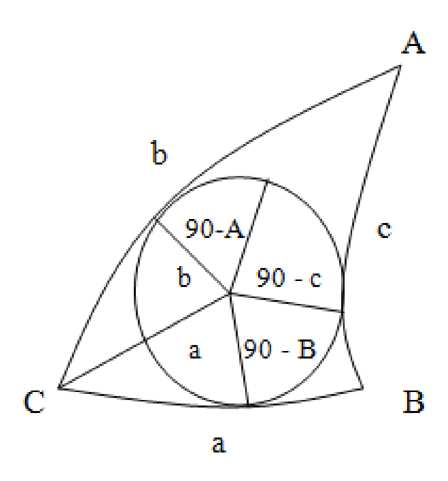
C = 69^o 13' 57.8" …………… (3)

Example (3)

Given a spherical triangle ABC, where a = 1^{o} ; B = 45^{o} and C = 90^{o}

Solve the triangle to find it unknown three elements ?

Solution



المثلث قائم الزاوية وكقاعدة عامة بعد رسم الدائرة السابقة يكون :

جيب أي عنصر في الدائرة = مضروب ظل العنصرين المجاورين

أو:

= مضروب جيب تمام العنصرين المقابلين

Sin (90 – B) = tan a . tan (90 – c)

So, 0.707 = 0.0175 Cot c

c = 01^{o} 26' 59.4" …………… (1)

Sin b = Cos (90 – B) . Cos (90 – c) = Sin B . Sin c = 0.0175

b = 00^{o} 59' 57.2" …………… (2)

Sin (90 – A) = tan b . tan (90 – c)

A = 45^{o} 02' 41.8" …………… (3)

Example (4)

In a spherical triangle ABC, if $a = 123.8^o$; $C = 67.2^o$ and $c = 90^o$

Calculate A ; b and B ?

Solution

بإستخدام قاعدة الجيوب يكون :

$$\frac{\text{Sin A}}{\text{Sin a}} = \frac{\text{Sin B}}{\text{Sin b}} = \frac{\text{Sin C}}{\text{Sin c}} = 0.9219$$

وبمعلومية قيمة الضلع a ، فيمكننا حساب قيمة الزاوية A كما يلي :

Sin A = 0.766 (Two possible values)

بمعني أنه طالما قيمة جيب الزاوية موجبة فإن هناك قيمتان للزاوية :

$A_1 = 49^o\ 57'\ 16.3''$ &

$A_2 = 180^o - 49^o\ 57'\ 16.3'' = 130^o\ 02'\ 43.7''$

ولمعرفة أي من القيمتين هي القيمة الصحيحة للزاوية نستخدم القاعدة التي توضح أن الضلع الأكبر يجب أن يقابل الزاوية الأكبر والضلع الأصغر يجب أن يقابل الزاوية الأصغر كما يلي:

$C - A_1 = 67.2 - 49^o\ 57'\ 16.3'' = +\text{ve}$ & $c - a = -\text{ve}$ (مرفوضة)

$C - A_2 = 67.2 - 130^o\ 02'\ 43.7'' = -\text{ve}$ & $c - a = -\text{ve}$ (صحيح)

$A = 130^o\ 02'\ 43.7''$ …………… (1)

وللحصول علي القيم الباقية في المثلث (B ؛ b) يكون :

$$\tan\frac{A + C}{2} = \frac{\cos\frac{a - c}{2}}{\cos\frac{a + c}{2}} \cdot \cot\frac{B}{2}$$

$B = 53^o\ 07'\ 34.3''$ …………… (2)

$$\tan\frac{a + c}{2} = \frac{\cos\frac{A - C}{2}}{\cos\frac{A + C}{2}} \cdot \tan\frac{b}{2}$$

$b = 60^o\ 09'\ 17.0''$ …………… (3)

Example (5)

In a spherical triangle ABC, if $a = 43.33^o$; $b = 48.5^o$ and $A = 58.67^o$

Calculate B ; c and C ?

Solution

بإستخدام قاعدة الجيوب يكون :

$$\frac{\text{Sin } A}{\text{Sin } a} = \frac{\text{Sin } B}{\text{Sin } b} = \frac{\text{Sin } C}{\text{Sin } c} = 1.2448$$

وبمعلومية قيمة الضلع b ، فيمكننا حساب قيمة الزاوية B كما يلي :

Sin B = 0.9323 (Two possible values)

بمعني أنه طالما قيمة جيب الزاوية موجبة فإن هناك قيمتان للزاوية :

$B_1 = 68^o \quad 48' \quad 12.5''$

$B_2 = 180 - B_1 = 111^o \quad 11' \quad 47.5''$

ولمعرفة أي من القيمتين هي القيمة الصحيحة للزاوية بإستخدام القاعدة التي توضح أن الضلع الأكبر يجب أن يقابل الزاوية الأكبر:

$a - b = 43.33 - 48.5 = -ve$ & $A - B_1 = -ve$ (قيمة صحيحة)

$a - b = 43.33 - 48.5 = -ve$ & $A - B_2 = -ve$ (قيمة صحيحة)

وهذا يعني أن للمسألة حلان وليس حل واحد (B_1 , B_2) .
وللحصول علي باقي عناصر المثلث فإن :

$$\tan \frac{A + B_1}{2} = \frac{\text{Cos } \frac{a - b}{2}}{\text{Cos } \frac{a + b}{2}} . \text{Cot } \frac{C_1}{2}$$

$C_1 = 70^o \quad 33' \quad 53.3''$ …………… (2)

في المثلث يكون لدينا الثلاث زوايا A , B_1 , C_1 ؛ نحسب الضلع c_1

$$\text{Cos } c_1 = \frac{\text{Cos } C_1 + \text{Cos } A \,.\, \text{Cos } B_1}{\text{Sin } A \,.\, \text{Sin } B_1}$$

$c_1 = 49^o \quad 14' \quad 46.5''$ . . . . (3)

وبالتعويض عن القيمة الثانية للزاوية B فيكون :

$$\tan \frac{A + B_2}{2} = \frac{\text{Cos } \frac{a - b}{2}}{\text{Cos } \frac{a + b}{2}} \,.\, \text{Cot } \frac{C_2}{2}$$

$C_2 = 14^o \quad 24' \quad 43.5''$ .... ($2^\backprime$)

في المثلث يكون لدينا الثلاث زوايا C_2 , B_2 , A ؛ نحسب الضلع c_2

$c_2 = 11^o \quad 32' \quad 15.4''$ . . . . ($3^\backprime$)

ويمكن تلخيص العناصر المطلوبة من الحلين السابقين كما يلي:

Req. Angle	B	C	c
Solution 1	68 48 12.5	70 33 53.3	49 14 46.5
Solution 2	111 11 47.5	14 24 43.5	11 32 15.4

٣-٤ تطبيقات على حل المثلثات الكرية:

يعتبر حساب المسافات بين النقط علي سطح الأرض من أهم التطبيقات للمثلثات الكريه (بل يعتبر هو التطبيق الأساسي والمباشر لها) حيث يؤخذ في الاعتبار كروية الأرض عند حساب هذه المسافات مما يجعل المثلثات الناتجة علي سطح الأرض مثلثات كريه يتم حلها بالقواعد السابقة لهذه المثلثات . وفيما يلي بعض التطبيقات الخاصة بهذه المثلثات.

الحالة الأولى : المسافة بين نقطتين لا تقعان على خط عرض واحد

وهذه الحالة تعتبر الحالة العامة التي تقابل العاملين في مجال المساحة وفيه يكون المطلوب الحصول علي المسافة بين نقطتين لا تقعان علي خط عرض واحد وسنوضح هذه الحالة بالأمثلة التالية :

Example (6)

An airplane flying from town A which having its latitude $55^{o}\ 45'$ N and longitude $37^{o}\ 43'$ W to another town B which having its latitude $40^{o}\ 43'$ N and longitude $73^{o}\ 59'$ E. Find the shortest distance between the two town A and B ? (R = 6370 km)

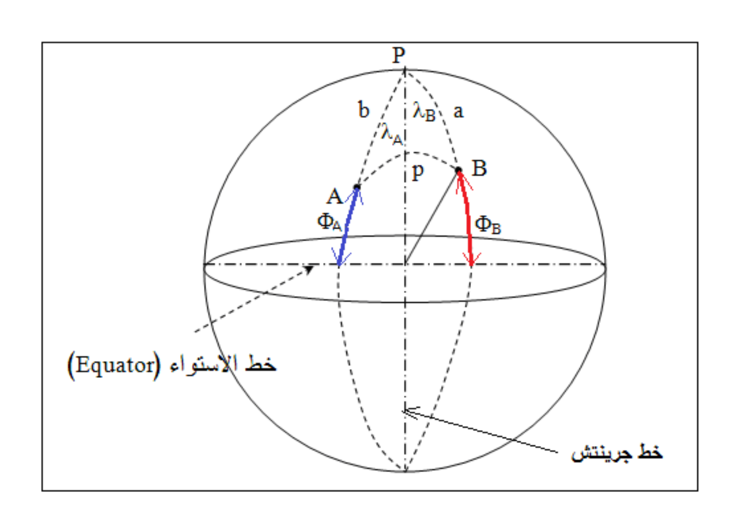
Solution

من الرسم التالي يكون :

$$a = 90^{o} - \Phi_B = 90^{o} - 40^{o}\ 43' = 49^{o}\ 17'$$

$$b = 90^{o} - \Phi_A = 90^{o} - 55^{o}\ 45' = 34^{o}\ 15'$$

$$P = \lambda_A + \lambda_B = 73^{o}\ 59' + 37^{o}\ 43' = 111^{o}\ 42'$$



ومن الواضح هنا أن في المثلث ABP المعلوم ضلعان وزاوية محصورة ، فيكون :

Cos p = Cos P . Sin b . Sin a + Cos b . Cos a

From the above Eq. : **p = 67° 35' 32.1"**

ولحساب المسافة بين المدينتين بالكيلومتر يكون :

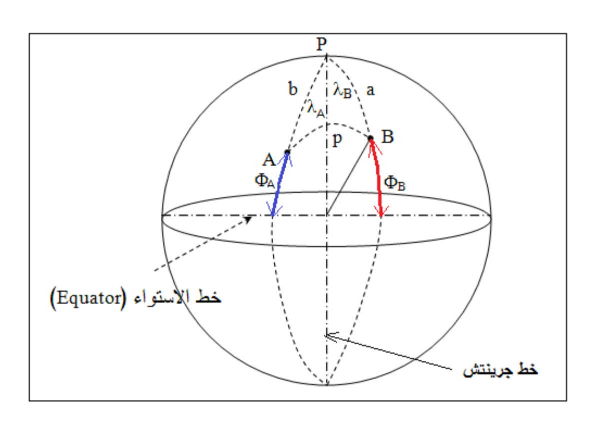
The distance AB = $\mathbf{p} \times \frac{\pi}{\mathbf{180}} \times \mathbf{R}$ = 7517.76 km

Example (7)

An airplane flying from town A =(30° N ; 10° W) to another town B = (45° N ; 10° E). Find the shortest distance between the two town A and B (30.94 m on the earth's surface subtends 1" at its center) ?

Solution

من الرسم التالي يكون :



$$a = 90^{o} - \Phi_{B} = 90^{o} - 45^{o} = 45^{o}$$
$$b = 90^{o} - \Phi_{A} = 90^{o} - 30^{o} = 60^{o}$$
$$P = \lambda_{A} + \lambda_{B} = 10^{o} + 10^{o} = 20^{o}$$

ومن الواضح هنا أن في المثلث ABP المعلوم ضلعان وزاوية محصورة

Cos p = Cos P . Sin b . Sin a + Cos b . Cos a = 0.929

From the above Eq. : p = 21° 43' 28.2"

ومن معلومات المسألة أن كل ثانية في المركز تقابل 30.94 م أي:

AB = p (by sec) × 30.94 = 21.7245×60×60×30.94 = 2419.3 km

The distance AB = 2419.76 km

Example (8)

In example (1), What is the geodetic area enclosed the spherical triangle ABP when the sphericity of the triangle is ignored, calculate the percentage error ?

Solution

لحساب النسبة المئوية للخطأ في حساب مساحة المثلث المستوي ، يجب أولا حساب المساحة الحقيقية (الكرية) :

مساحة المثلث الكري = الزيادة الكرية بالتقدير الدائري × نق٢

Area of spherical triangle = spherical excess x (π /180) x R^2

ولحساب الزيادة الكرية (Spherical Excess) يجب حساب جميع زوايا المثلث ، ومن السهل الحصول علي زوايا المثلث السابق بعد معرفة جميع أضلاعه (حاول حساب هذه الزوايا بنفسك)

Spherical Excess (E) = (P + A + B) – 180° = 15° 42' 37.2"

$$\text{Area spherical triangle} = 15^\circ\ 42'\ 37.2'' \times \frac{\pi}{180} \times (6370)^2$$
$$= 11{,}130{,}540\ \text{km}^2$$

ثانيا: حساب مساحة المثلث مع إهمال كروية الأرض:

من المثال السابق حصلنا علي الطول AB وبإستخدام نفس القاعدة يمكننا الحصول علي طولي المثلث الباقيين فتكون أطوال أضلاع المثلث المستوي كالتالي:

The distance AB = p (radian) x 6370 = 7517.76 km

The distance AP = b (in radian) x 6370 = 3809.36 km

The distance BP = a (in radian) x 6370 = 5481.40 km

وبعد حساب الأطوال المستوية للمثلث يمكننا الآن حساب مساحة المثلث المستوي المعلوم أطواله بالقاعدة التالية :

The Area of plane triangle = $\sqrt{S(S-p)(S-a)(S-b)}$

حيث القيمة S تمثل نصف محيط المثلث .

S = 8403.26 m

Area of plane triangle = 10,003,028 km2

وللحصول علي النسبة المئوية للخطأ في حساب المساحة يكون :

The percentage error = $\frac{\text{The difference of two area}}{\text{The spherical area}}$

The percentage error = (11130540 - 10003028) / 111730540

= 10.13 %

<u>الحالة الثانية : حساب المسافة بين نقطتين علي خط عرض واحد</u>

يحدث في بعض الأحيان أن تكون النقطتين المراد حساب المسافة بينهما علي خط عرض واحد ، وفي هذه الحالة وعند حل المثلث تبين أنه لا داعي لاستخدام قواعد المثلث الكري السابقة ولكن يمكننا في هذه الحالة إستخدام قاعدة عامة يمكن كتابتها بالصيغة التالية :

المسافة بين أي نقطتين علي دائرة عرض واحدة = حاصل ضرب الفرق بين خطي طولها × جيب تمام دائرة العرض × نصف قطر الأرض

The distance = R . $\Delta\lambda$ (π/180) . cos ϕ

<u>Example (9)</u>

Find the distance between two points A (45 S, 35E) and B (45 S, 40E) where radius of earth = 6378 km ?

<u>Solution</u>

من الواضح من خطوط عرض النقطتين أنهما يقعان علي خط عرض واحد ، وبالتالي يمكننا إستخدام القاعدة السابقة كالتالي :

The distance between two points = R . ($\Delta\lambda$) . Cos ϕ

Where :

$\Delta\lambda = 5^o$, R = 6378 km , ϕ = 45

The distance AB = 6378 . $\left(\frac{5 \times \pi}{180}\right)$. cos 45 = 393.11 km

Example (10)

The distance between two countries in the same latitude 60 N, when measure long parallel latitude was to be 150 km. Find the difference of longitude between the two countries ?

Solution

The distance between two points = R . ($\Delta\lambda$) . Cos ϕ

Where :

The distance = 150 km , R = 6370 km , ϕ = 60

$$\Delta\lambda = \frac{\text{The distance}}{R \ . \cos\Phi} = \frac{150}{6370 \times 0.5} = 0.047 \text{ Radians}$$

$$\Delta\lambda = 0.047 \times \frac{180}{\pi} = 2^\circ \quad 41' \quad 57.4''$$

The difference of longitude = 2° 41' 57.4"

Sheet No. 2

1. Define:
    a. A spherical triangle
    b. A great circle
    c. The spherical excess

2. Calculate A ; b and c in the spherical triangle ABC, if

    $a = 70^o$; $B = 100^o$ and $C = 80^o$?

3. Calculate A ; b and c in the spherical triangle ABC, if

    $a = 85^o$; $B = 120^o$ and $C = 70^o$?

4. Given a spherical triangle ABC, where

    $a = 155^o$; $b = 90^o$ and $c = 80^o$

    Solve the triangle to find it unknown three elements?

5. Given a spherical triangle ABC, where

    $a = 140^o$; $b = 95^o$ and $c = 88^o$

    Solve the triangle to find it unknown three elements?

6. Given a spherical triangle ABC, where

    $a = 2^o$; $B = 45^o$ and $C = 90^o$

    Solve the triangle to find it unknown three elements ?

7. Given a spherical triangle ABC, where

    $a = 3^o$; $B = 50^o$ and $C = 90^o$

    Solve the triangle to find it unknown three elements ?

Sheet No. 3

1. An airplane flying from town A which having its latitude 45^{o} $35^{'}$ N and longitude 37^{o} $43^{'}$ E to another town B which having its latitude 35^{o} $33^{'}$ N and longitude 73^{o} $59^{'}$ W. Find the shortest distance between the two town A and B ? (R = 6370 km)

2. An airplane flying from town A =(35^{o} N ; 10^{o} W) to another town B = (45^{o} N ; 10^{o} E). Find the shortest distance between the two town A and B (30.94 m on the earth's surface subtends $1^{''}$ at its center) ?

3. Find the distance between two points A (35 S, 25E) and B (35 S, 40E) where radius of earth = 6378 km ?

4. The distance between two countries in the same latitude 30 N, when measure long parallel latitude was to be 400 km. Find the difference of longitude between the two countries ?

الفصل الرابع

الجيوديسيا الأرضية وشبكات الثوابت

تعد الثوابت الأرضية الجيوديسية من أهم تطبيقات علم الجيوديسيا حيث يتم بناء علامات أرضية ثابتة Terrestrial Control Points ثم إجراء القياسات والأرصاد الجيوديسية بهدف تحديد مواقع (إحداثيات) هذه النقاط بدقة لتكون مرجعا جيوديسيا أو مساحيا لكافة المشروعات المدنية داخل الدولة. كل مجموعة من هذه النقاط (معلومة الموضع في الطبيعة و معلومة الإحداثيات أيضا) تكون فيما بينها شبكة يطلق عليها اسم شبكة الثوابت الأرضية الجيوديسية Geodetic Control Networks.

٤-١ أنواع شبكات الثوابت الأرضية

يمكن تقسيم شبكات الثوابت الأرضية الجيوديسية بناءا علي عدد الإحداثيات المعلومة لكل نقطة من الشبكة إلي أربعة أنواع: شبكات الثوابت الأفقية ثنائية الأبعاد وشبكات الثوابت أحادية الأبعاد وشبكات الثوابت ثلاثية الأبعاد وشبكات الثوابت رباعية الأبعاد.

قديما ومع استخدام الأجهزة المساحية التقليدية (مثل جهاز الثيودليت) بإمكانياتها البسيطة كانت نقاط الثوابت الأرضية تقام علي رؤوس الجبال و المرتفعات ليسهل رصد الزوايا علي مسافات كبيرة ولم يكن من السهل رصد فروق المناسيب بين هذه النقاط المرتفعة. ومن هنا كانت هذه الشبكات تعد شبكات ثوابت أفقية فقط، أي أن الإحداثيات المعلومة لكل نقطة كانت في الأساس هي خط الطول و دائرة العرض. ومع أنه كان يتم حساب الارتفاع الجيوديسي لكل نقطة (الارتفاع عن سطح الاليبسويد) إلا أنه لم يكن مستخدما حيث أن نوع الارتفاع المستخدم في الخرائط و في مشروعات الهندسة المدنية هو المنسوب (الارتفاع عن مستوي سطح البحر). من هنا كانت تتم قياسات فروق المناسيب بين مجموعة من النقاط التي تحدد البعد الثالث (المنسوب) لشبكة جيوديسية أخري (تسمي شبكة الروبيرات) تغطي هذه الدولة. أي أن الشبكة الجيوديسية الرأسية أحادية البعد كانت منفصلة عن الشبكة الجيوديسية الأفقية ثنائية الأبعاد. أيضا تعد شبكات الجاذبية الأرضية من الشبكات الجيوديسية الأحادية الأبعاد حيث تكون قيمة الجاذبية الأرضية عند كل نقطة هي القيمة الأساسية للشبكة وليس من الضروري تحديد قيم الإحداثيات بدقة عالية. ومع دخول عصر جيوديسيا الأقمار الصناعية أصبح من الممكن تحديد الإحداثيات ثلاثية الأبعاد (خط الطول و دائرة العرض و الارتفاع) لمجموعة من النقاط التي تكون شبكة جيوديسية ثلاثية الأبعاد تغطي الدولة. أما في حالة تحديد أربعة إحداثيات لكل نقطة من نقاط الشبكة (مثلا خط الطول و دائرة العرض و المنسوب و قيمة الجاذبية الأرضية) فأن الشبكة الجيوديسية تسمي شبكة رباعية الأبعاد. الأجزاء التالية تستعرض تفاصيل الشبكات الجيوديسية الأفقية والرأسية بينما سيتم تناول شبكات الجاذبية الأرضية والشبكات ثلاثية الأبعاد في الفصول القادمة.

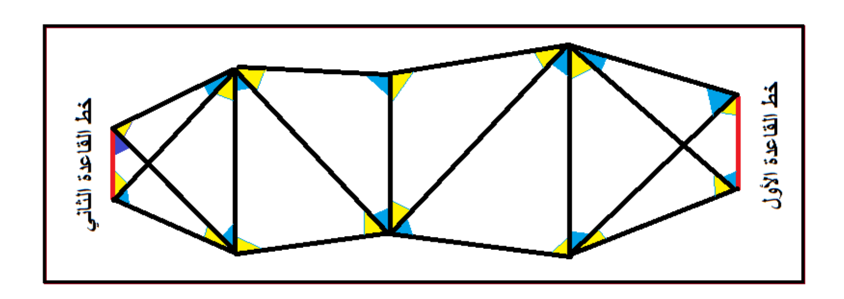
٤-٢ شبكات الثوابت الأرضية الأفقية (شبكات المثلثات)

بدأت الدول في إنشاء شبكات من نقاط الثوابت الأرضية وتحديد إحداثيات كل نقطة منها لتكون مرجعا أساسيا لكل أعمال المساحة و الخرائط في كل دولة. وكانت الشبكات الجيوديسية تغطي كل أرجاء الدولة أو علي الأقل الجزء المعمور منها، ولذلك تتميز الشبكات الجيوديسية

بالمسافات الكبيرة نسبيا بين كل نقطة و أخري. تعتمد شبكات المثلثات Triangulation Networks علي إنشاء نقاط تكون فيما بينها مثلثات يمكن رصد زواياه الداخلية باستخدام الثيودليت (من هنا جاء اسم شبكات المثلثات). ولحساب إحداثيات هذه النقاط يلزم تحديد أطوال و انحرافات أضلاع المثلثات (كما في الترافرسات). وحيث أن قياس أطوال أضلاع تصل إلي عشرات الكيلومترات لم يكن متاحا قديما، فقد كان يتم إنشاء خط أساسي في بداية الشبكة (يسمي خط القاعدة Base Line) ويتم قياس طوله بكل دقة وكذلك يتم تحديد انحرافه من خلال الأرصاد الفلكية، ثم يستخدم هذا الخط مع قياسات زوايا المثلث في حساب انحرافات وأطوال أضلاع باقي أضلاع الشبكة. وفي نهاية الشبكة يتم إنشاء خط قاعدة آخر (ويتم قياس طوله و انحرافه أيضا) بحيث يكون تحقيقا للحسابات وإمكانية تحديد أخطاء الشبكة (سواء في الرصد أو الحسابات) حتى يمكن ضبط الشبكة وضمان دقة الإحداثيات المحسوبة لنقاطها.

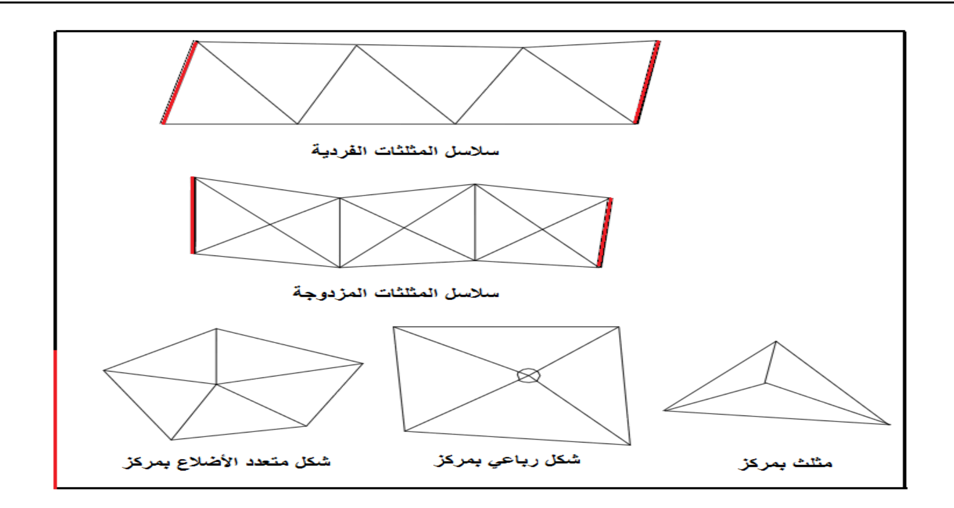
مع اختراع أجهزة قياس المسافات الكترونيا EDM أمكن قياس أطوال أضلاع الشبكة مما أدي لتطوير نوع آخر من الشبكات الجيوديسية مقاسة الأضلاع فقط Trialateration Networks، وأيضا نوع ثالث يسمي الشبكات المزدوجة Hybrid Networks التي كان يقاس فيها الزوايا و أطوال الأضلاع معا. لكن دقة شبكات المثلثات كانت أعلي من دقة الشبكات المقاسة الأضلاع وان كانت الأخيرة أسهل و أسرع في العمل الحقلي.

أما حساب الإحداثيات المسقطة Projected Coordinates أو (س،ص) علي الخرائط فكان يبدأ من نقطة تسمي نقطة الأساس Laplace Station، وهي نقطة غالبا تكون أحد طرفي خط قاعدة وتقاس عندها إحداثياتها الفلكية (خط الطول ودائرة العرض) وكذلك انحراف خط القاعدة هذا. فعلي سبيل المثال فأن نقطة الأساس التي بنيت عليها شبكات المثلثات في جمهورية مصر العربية كانت هي نقطة الزهراء F1 والتي تقع فوق جبل المقطم بالقاهرة وكانت طرف من طرفي خط قاعدة سقارة.



شكل (٤-١) مثال لشبكات المثلثات

أما من حيث الشكل فأن أشكال شبكات المثلثات تتراوح بين: سلاسل المثلثات الفردية، سلاسل الأشكال الرباعية، سلاسل الأشكال ذات المركز ومنها المثلث بنقطة مركزية و الشكل الرباعي المركزي وأشكال متعدد الأضلاع بنقطة مركزية، الأشكال المتداخلة.



شكل (٤-٢) أشكال شبكات المثلثات

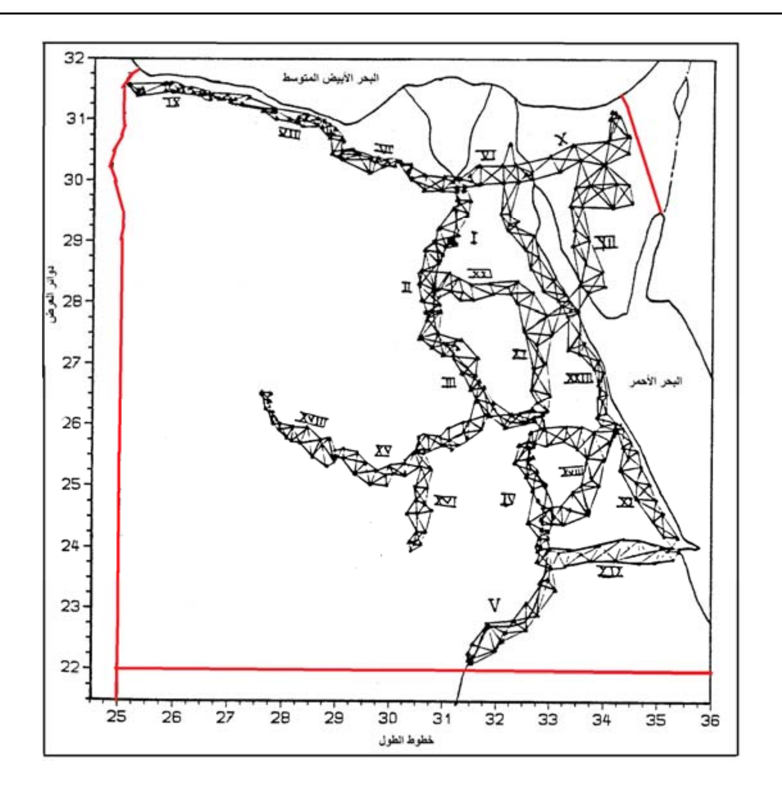
٤-٢-١ درجات شبكات المثلثات

تقسم شبكات المثلثات من حيث دقتها إلي أربعة درجات وهي:

(أ) شبكات مثلثات الدرجة الأولي:

تسمى أيضا المثلثات الجيوديسية لأنها أدق أنواع المثلثات وتتراوح أطوال أضلاعها بين ٤٠ و ٥٠ كيلومتر في مصر بينما يؤخذ طول خط القاعدة في حدود ١٠ كيلومتر والمثلثات الجيوديسية هي التي تبنى عليها باقي درجات المثلثات الأخرى ولذلك يجب مراعاة أقصى درجات الدقة في إجراء قياسات وحسابات هذا النوع من شبكات المثلثات. ويكون متوسط الخطأ المسموح به في قفل المثلث ١" بينما الحد الأقصى لقفل المثلث لا يزيد عن ٣". وبالنسبة لقياس طول خط القاعدة فان الخطأ النسبي المسموح به لا يزيد عن ١: ١,٠٠٠,٠٠٠ ويتم رصد الزوايا بعدد ١٢ قوس باستخدام ثيودليت دقة ١" حيث يكون الحد الأقصى للخطأ المسموح به في أي قوس لا يزيد عن ٢". كما يجب ألا يزيد متوسط قفل الأفق لعدد ٨-١٢ قوس أقل من ٦".

بدأ إنشاء شبكة المثلثات الجيوديسية المصرية في بداية القرن العشرين وبالتحديد في عام ١٩٠٧ ، وكان الهدف الرئيسي هو إنشاء نظام خرائط يغطى المناطق الزراعية في الدلتا ووادي النيل لخدمة أغراض الرى. وتم الانتهاء من الشبكة الأولى التي تتكون من عشرة حلقات في عام ١٩٤٥ . وتنقسم هذه الشبكة إلي خمسة حلقات تغطى الدلتا ووادي النيل حتى أدندان على الحدود المصرية السودانية بينما الحلقات الخمسة الأخرى تغطى مناطق السواحل الشمالية من العريش وحتى السلوم. وتم إنشاء الشبكة الثانية في الفترة من عام ١٩٥٥ إلى عام ١٩٦٨ وتكونت من ثلاثة عشر حلقة : خمسة حلقات في الصحراء الشرقية ، خمسة حلقات على سواحل البحر الأحمر ، ثلاثة حلقات في الصحراء الغربية.



شكل (٤-٣) شبكة المثلثات الجيوديسية (الدرجة الأولى) في مصر

<u>(ب) شبكات مثلثات الدرجة الثانية:</u>

ويتم إنشاؤها وربطها على الدرجة الأولى وهى أقل منها في الدقة وأطوال الأضلاع حيث تتراوح أطوال أضلاعها بين ١٠ و ٤٠ كيلومتر (بمتوسط ٢٥ كيلومتر) بينما يكون طول خط القاعدة في حدود ٢-٥ كيلومتر. ويكون متوسط الخطأ المسموح به في قفل المثلث ٣" بينما الحد الأقصى لقفل المثلث لا يزيد عن ٥". وبالنسبة لقياس طول خط القاعدة فان الخطأ النسبي المسموح به لا يزيد عن ١: ٥٠٠,٠٠٠ ويتم رصد الزوايا بعدد ٨ أقواس باستخدام ثيودليت دقة ١٠" حيث يكون الحد الأقصى للخطأ المسموح به في أي قوس لا يزيد عن ٦". كما يجب ألا يزيد متوسط قفل الأفق لعدد ٦ أقواس أقل من ٢,٥ ".

<u>(ج) شبكات مثلثات الدرجة الثالثة:</u>

ويتم إنشاؤها وربطها على الدرجة الأولى والثانية بغرض تقسيم المنطقة وتكثيف النقط. وتتراوح أطوال أضلاعها بين ٥ و ٨ كيلومتر في الأرياف ، وبين ١ و ٣ كيلومتر في المدن. و يكون طول خط القاعدة في حدود ٠,٥ -٣ كيلومتر ويكون متوسط الخطأ المسموح به في قفل المثلث ٥" بينما الحد الأقصى لقفل المثلث لا يزيد عن ١٠". وبالنسبة لقياس طول خط القاعدة فان الخطأ النسبي المسموح به لا يزيد عن ١: ٢٠٠,٠٠٠ ويتم رصد الزوايا بعدد ٤ أقواس باستخدام ثيودليت دقة ٢٠" حيث يكون الحد الأقصى للخطأ المسموح به في أي قوس لا يزيد عن ١٥". كما يجب ألا يزيد متوسط قفل الأفق لعدد ٤ أقواس أقل من ٥ ".

(د) شبكات مثلثات الدرجة الرابعة:

وتستعمل في الأراضي الجبلية أو عندما يراد إنشاء نقط مثلثات جديدة وتنشأ بالربط على الدرجة الثالثة ٠ وهذا النوع من المثلثات هو أقل الدرجات دقة وتختار أطوال أضلاعها طبقا لظروف وطبيعة الارض ٠ وفى الأراضي المستوية نستعيض عن مثلثات الدرجة الرابعة بالترافرسات الدقيقة ويكون متوسط الخطأ المسموح به في قفل المثلث ١٢" بينما الحد الأقصى لقفل المثلث لا يزيد عن ٣٠"٠ وبالنسبة لقياس طول خط القاعدة فان الخطأ النسبي المسموح به لا يزيد عن ١: ١٠٠,٠٠٠ ويتم رصد الزوايا بعدد قوسين ٠

الجدول التالي يعرض بعض مواصفات الشبكات الجيوديسية المستخدمة في مصر:

	الدرجة الأولي	الدرجة الثانية		الدرجة الثالثة	
		فئة ١	فئة ٢	فئة ١	فئة ٢
الدقة النسبية بين النقاط	١/١٠٠٠٠٠	١/٥٠٠٠٠	١/٢٠٠٠٠	١/٥٠٠٠	
المسافة بين النقاط (كم)	٢٥-١٥٠	١٠-٧٠	٥-٧٠	طبقا للحاجة	
دقة قياس خطوط القواعد	١/١٠٠٠٠٠٠	١/٩٠٠٠٠٠	١/٨٠٠٠٠٠	١/٥٠٠٠٠٠	١/ ٢٥٠٠٠٠
خطأ قفل المثلث	١-٣"	١.٢-٣"	٢-٥"	٣-٥"	٥-١٠"
دقة القياسات الفلكية	٠.٤٥"	٠.٤٥"	٠.٦"	٠.٨"	٣.٠"
دقة جهاز قياس الزوايا الأفقية	٠.٢"	٠.٢"	٠.٢-١"	١"	١"
عدد مرات قياس الزاوية الأفقية	١٦	١٦	٨-١٢	٤	٢

٤-٢-٢ خطوات إنشاء شبكات المثلثات

يعد الاستكشاف أول خطوة في إنشاء شبكة مثلثات وهو إن كان أشق عملية للمساحات الشاسعة إلا أن نجاح تشكيل الشبكة يعتمد علي دقة الاستكشاف. تهدف عملية الاستكشاف إلي اختيار مواقع نقاط المثلثات و مواقع خطوط القواعد وأيضا تحديد المعوقات (أية معوقات تمنع الرؤية وخط النظر بين النقاط) المطلوب إزالتها. يمكن الاعتماد علي الخرائط القديمة للمنطقة (أو المرئيات الفضائية الآن) في أعمال الاستكشاف و اختيار مواقع نقاط المثلثات.

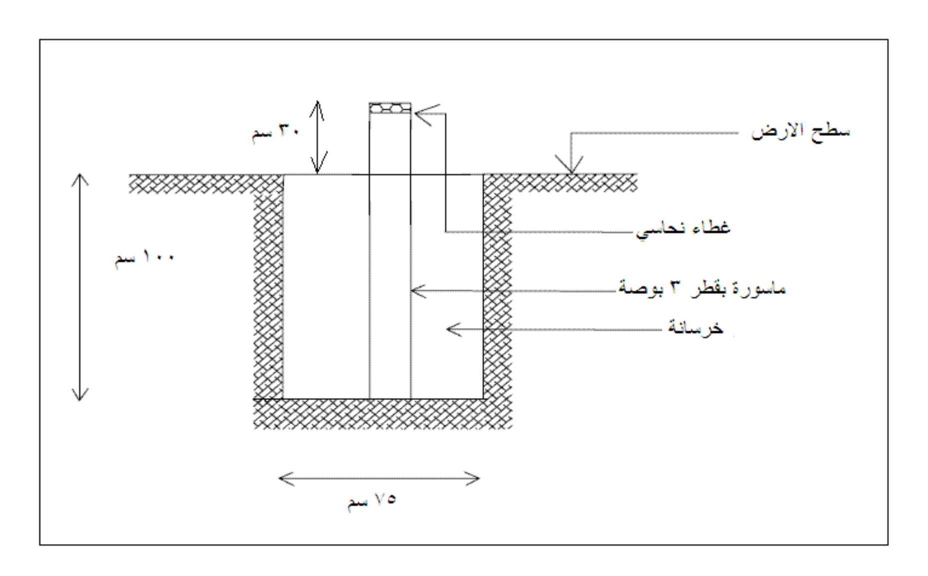
عند اختيار مواقع نقاط المثلثات يجب مراعاة الآتي:

١. كل نقطة تري النقاط التي حولها بكل وضوح.
٢. أن تتراوح الزوايا بين أضلاع المثلثات (التي تكونها هذه النقاط) بين ٣٠ و ١٢٠ درجة بقدر الإمكان وتفضل المثلثات متساوية الأضلاع تقريبا.

٣. تجنب النقاط القريبة من سطح الأرض وذلك تفاديا لتأثير الانكسار الضوئي عند الرصد.
٤. اختيار مواقع النقاط في مواقع مرتفعة و مشرفة علي مناطق واسعة لسهولة رؤية الهدف من مسافات بعيدة.
٥. أن تكون مواقع النقاط في أماكن ثابتة غير معرضة للضياع أو للعبث بها.
٦. أن تكون أضلاع المثلثات متناسقة فلا توجد أضلاع طويلة جدا وأخري صغيرة جدا.
٧. أن تكون العقبات المراد إزالتها (تعيق خط النظر بين النقاط) أقل ما يمكن تفاديا لارتفاع تكلفة المشروع.

لإنشاء نقط المثلثات يتم بناء مواقع النقاط بعلامات خاصة تدل على النقطة وتساعد في سهولة الوصول اليها ٠ وتختلف هذه العلامات طبقا لدرجة نقط المثلثات وطبيعة المكان المنشأة به، ومن هذه العلامات:

- البراميل الخراسانية بقطر ٦٠ سم وارتفاع ١١٠ سم وتستخدم في نقاط مثلثات الدرجة الاولى ٠
- القضبان الحديدية التي يتراوح طولها بين ١٥٠ ، ٢٠٠ سم بقطر ٤ بوصة ويظهر منها حوالي ١٠ سم فوق سطح الأرض ويمكن صب جزء حرساني حول قاعدتها لضمان ثباتها٠ ويستخدم هذا النوع في مثلثات الارياف٠
- قطع الخشب المربعة ١٥×١٥ سم وبوسطها ثقب به مسمار نحاسي يحدد مركزها وتوضع أعلى أسطح المباني في المدن٠



شكل (٤-٤) نموذج لبناء علامة مثلثات

٤-٢-٣ متانة شبكات المثلثات

تعتمد حسابات شبكات المثلثات (في صورتها البسيطة) على استخدام القانون الرياضي لجيوب الزوايا حيث تبدأ الحسابات من خط القاعدة المقاس مع استخدام الزوايا الأفقية المرصودة ٠ ويدل هذا على أن قيمة الزوايا تؤثر على أطوال الأضلاع المحسوبة وبالتالي على الإحداثيات المستنتجة لنقاط الشبكة٠ ويقصد بمتانة الشبكة strength of network عدم تأثر دقة الأطوال المحسوبة نتيجة استخدام قاعدة الجيوب أو على الأقل أن يكون هذا التأثير في حدود مسموحا بها٠ و تعد المتانة قيمة تقديرية يتم استخدامها فى تصميم واختيار الشكل الهندسي لشبكات المثلثات قبل عملية الرصد، أو للمقارنة بين عدة أشكال أو شبكات مقترحة. والمتانة تستخدم فقط فى تصميم الشبكات المثلثية المقاسة الزوايا triangulation . كما تساهم المتانة أيضا فى تحديد عدد الأرصاد المناسب رصدها (أو عدد الاشتراطات الهندسية والاتجاهات المرصودة) فى كل جزء من أجزاء الشبكة.

وتعتمد قيمة متانة الشبكة على العوامل الآتية:

- دقة الأرصاد (الزوايا وأطوال خطوط القواعد)٠
- قيمة الزوايا (الأفضل أن تتراوح الزوايا بين ٣٠ ^{o} و ١٢٠ ^{o})٠
- عدد الاتجاهات المرصودة٠
- عدد الشروط الهندسية بالشبكة٠
- عدد المثلثات المستخدمة بين قاعدتين٠

في حالة توافر أرصاد أكثر من العدد الفعلي للقياسات الضرورية لرسم شكل أو شبكة ، فيمكن القول أن هذا الشكل تتوافر به بعض الشروط الهندسية٠ فكمثال فان رسم مثلث يتطلب قياس ٣ كميات فقط (زاويتين وضلع أو ضلعين وزاوية ٠٠٠ الخ) ، فإذا توافرت رصده رابعة فنقول أن هناك شرط هندسي لابد من تحقيقه.

وبذلك تكون القاعدة العامة لحساب عدد الشروط الهندسية (C_T) لأي شكل أو شبكة :

عدد الشروط = عدد الأرصاد الفعلية – عدد الأرصاد الضرورية لتوقيع الشكل أو الشبكة

$$C_T = O_A - O_N$$

حيث:

O_A عدد الزوايا المرصودة.

O_N عدد الأرصاد الضرورية لتوقيع الشكل أو الشبكة = (عدد النقاط - ٢) × ٢

$$O_N = 2(n-2)$$

يتم حساب معامل متانة الشبكة (S_T) كالآتي :

$$S_T = \left({}^{O_T - C_T}\!\big/_{O_T} \right) \sum (\delta_1^2 + \delta_1 \delta_2 + \delta_2^2)$$

where:

O_T عدد الارصاد الفعلية ، أي عدد الاتجاهات المرصودة - ٢.

$$O_{T/} = dirctions - 2$$

δ is 6th decimal of the change of "log sin" corresponds to 1" change of an angle.

i.e., for an angle a:

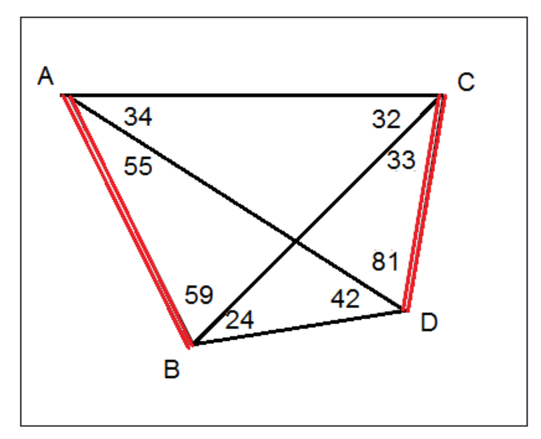
$\delta = [\log \sin (a+1") - \log \sin (a)] \times 10^{-6}$

(***P.S:*** use the precise value of **π = 3.141592654**)

و تستخدم معاملات المتانة لمقارنة المسارات المختلفة للوصول إلى خط قاعدة في الشبكة بدءا من خط القاعدة الأول ، وذلك بهدف تحديد أدق (أمتن) مسار يتم استخدامه في حسابات أطوال الأضلاع، وعند مقارنة أكثر من مسار فأنه كلما قل معامل المتانة كلما كان المسار أدق في الحساب. وكقاعدة عامة فأن معامل المتانة المسموح به = ٢٥ للشكل الواحد ، ويتراوح بين ٨٠ ، ١١٠ في الشبكة.

Example (1):

Find the best path to compute the baseline CD from the known baseline AB?



Solution:

O_A عدد الزوايا المرصودة:

$$O_A = 8$$
$$O_N = 2(n-2) = 2(4-2) = 4$$
$$C_T = O_A - O_N = 8 - 4 = 4$$

O_T عدد الارصاد الفعلية ، أي عدد الاتجاهات المرصودة - ٢:

$$O_T = directions - 2 = 12 - 2 = 10$$

$$O_T - C_T / O_T = (10-4)/10 = 0.6$$

Path 1:

Step 1: From known AB, compute AD

Step 2: From known AD, compute CD

Step 1:

So, Let us start with the triangle ABD:

Angle 1 (faces the known AB) = 42^o,
angle 2 (faces the required AD) = $59^o + 24^o = 83^o$

log [sin (42^o 0' 1")] - log (sin 42^o) =
- 0.174486766 - (-0.174489105) = 0.0000023 = 2.3×10^{-6}

so: $\delta1 = 2.3$

log [sin (83^o 0' 1")] - log (sin 83^o) =
-0.003249032 - (-0.00324929) = 0.0000003 = 0.3×10^{-6}

so: $\delta2 = 0.3$

Therefore,
$\sum (\delta_1^2+\delta_1\delta_2+\delta_2^2) = (2.3)^2 + 2.3 \times 0.3 + (0.3)^2 = 6.1$

Step 2:
So, Let us start with the triangle ACD:

Angle 1 (faces the known AD) = $33^o + 32^o = 65^o$,

angle 2 (faces the required CD) = 34^o

log [sin (65^o 0' 1")] - log (sin 65^o) =
- 0.04263089 - (-0.042631871) = 0.00000098 = 0.98×10^{-6}

so: $\delta 1 = 0.98$

$\log [\sin (34^o\ 0'\ 1")] - \log (\sin 34^o) =$
$- 0.252281481 - (-0.252284602) = 0.0000031 = 3.1 \times 10^{-6}$

so: $\delta 2 = 3.1$

Therefore,

$\sum (\delta_1^2+\delta_1\delta_2+\delta_2^2) = (0.98)^2 + 0.98 \times 3.1 + (3.1)^2 = 13.8$

Similarly, Path 2:

Step 1: From known AB, compute AC

Step 2: From known AC, compute CD

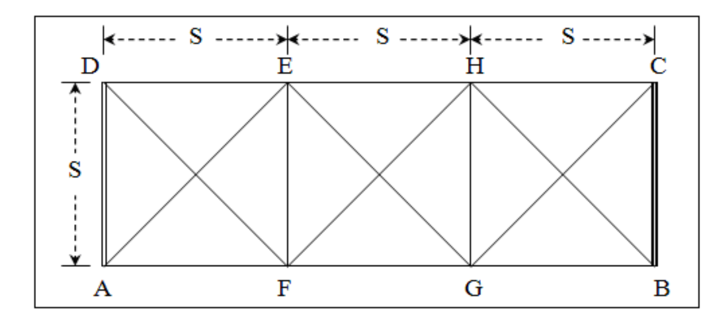
Therefore, the final results will be:

Path 1			Path 2		
Triangle	Angels 1,2	$\sum(\delta_1^2+\delta_1\delta_2+\delta_2^2)$	Triangle	Angels 1, 2	$\sum(\delta_1^2+\delta_1\delta_2+\delta_2^2)$
ABD	42, 83	6.1	ABC	32, 59	17.2
ACD	65, 34	13.8	ACD	80, 34	11.0
Sum		19.9			28.2
$S_T = 19.9 \times 0.6 = 11.9$			$S_T = 28.2 \times 0.6 = 16.9$		

Thus, ***path 1 is more strength*** and more precise than path 2.

Example (2):

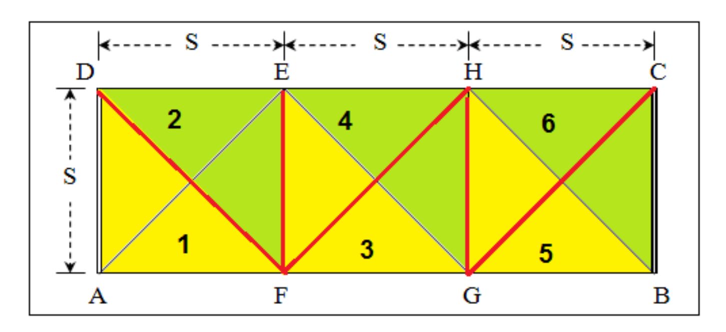
In the next figure, find the strength factor of figure from side AD to BC?



Solution:

من الرسم السابق تبين أنه يمكننا الوصول للضلع من أحد المسارات التالية :

المسار الأول: المثلثات ADF ؛ DFE ؛ EFH ؛ HEG ؛ HGB ؛ HCB



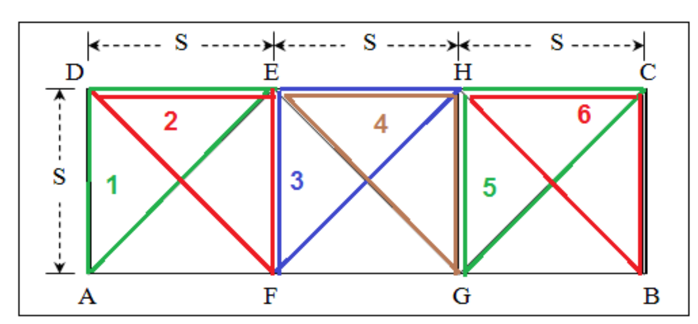
المثلث الأول:

Triangle	Used Angles	$\sum(\delta_1^2+\delta_1\delta_2+\delta_2^2)$
ADF	45^o and 90^o	4.4

للمثلثات الستة:

$\sum(\delta_1^2+\delta_1\delta_2+\delta_2^2)$ = 6 x 4.4 = 26.6

المسار الثاني: المثلثات ADE ؛ DEF ؛ EFH ؛ GEH ؛ HGC ؛ HCB



المثلث الأول:

Triangle	Used Angles	$\sum(\delta_1^2+\delta_1\delta_2+\delta_2^2)$
ADF	45^o and 45^o	13. 3

<u>للمثلثات الستة:</u>

$\sum(\delta_1^2+\delta_1\delta_2+\delta_2^2) = 6 \times 13.3 = 79.8$

ثم نختار المسار الذي يعطي القيمة الأقل في العمود الأخير للمثلثات الستة التي يتكون منها المسار، ثم نطبق القاعدة:

$$S_T = \left(\frac{O_T - C_T}{O_T}\right)\sum(\delta_1^2 + \delta_1\delta_2 + \delta_2^2)$$

حيث :

$O_T = 32 - 2 = 30$

$C_T = O_T - O_N = 30 - 18 = 12$

Thus,

$S_F = [\ (30\text{-}12)/30\ ] \times 26.6 = 15.9$

٤-٢-٤ العوائق في رصد شبكات المثلثات

تعد الرؤية المتبادلة inter-visibility من شروط رصد شبكات المثلثات باستخدام الاجهزة البصرية (الثيودليت و المحطة الشاملة)، ومن ثم يجب التأكد من عدم وجود أية عقبات obstructions تعيق خط النظر بين نقاط المثلثات. وتشمل العوامل التي تؤثر في الرؤية المتبادلة:

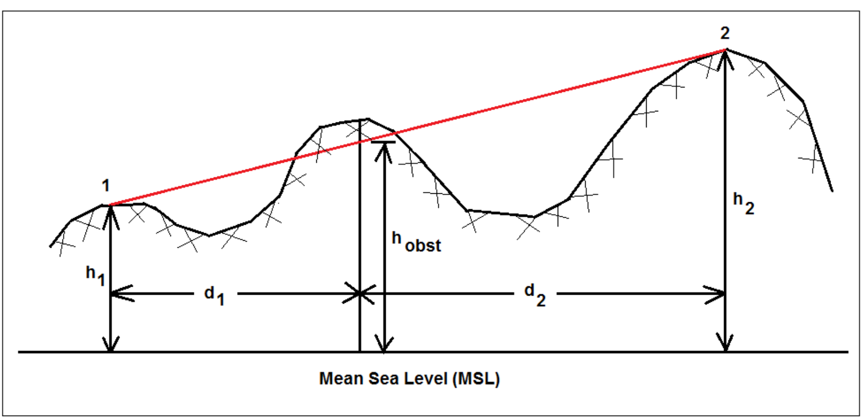
- فرق منسوب النقطتين
- المسافة بين النقطتين
- مناسيب الأرض علي القطاع الطولي بين النقطتين
- كروية الارض
- الانكسار الجوي.

لبيان تأثير العقبات أو العوائق يتم فحص الخرائط الكنتورية واستنباط مناسيب النقاط علي خط النظر بين كل نقطتين و معرفة وجود عوائق من عدمه. فإذا كان منسوب نقطة المثلثات الاولي هو h_1 ومنسوب نقطة المثلثات الثانية هو h_2 وتوجد عقبة علي الخط الواصل بينهما وتبعد مسافة d_1 عن النقطة الاولي و مسافة d_2 عن النقطة الثانية فيمكن حساب أقصي ارتفاع لهذه العقبة بحيث لا تعيق خط النظر h_{obst} من المعادلة التالية:

$$h_{obst} = h_1 + (h_2 - h_1)\left({d_1}/{(d_1 + d_2)}\right) - 0.0675 d_1 d_2$$

حيث يتم التعويض عن كلا من h_1, h_2 بالأمتار و التعويض عن d_1, d_2 بالكيلومترات.

فإذا كان ارتفاع العقبة h_{obst} أكبر من منسوبها المعروف فهذا يدل علي عدم وجود عائق يعترض خط النظر. أما ان كان ارتفاع العقبة h_{obst} أقل من منسوب العقبة الحقيقي (المستنبط من الخريطة الكنتورية) فهذا يدل علي أن هذه العقبة سوف تعيق خط النظر. وفي هذه الحالة يتم اقامة برج tower فوق نقطة المثلثات الاولي يكون ارتفاعه مساويا الفرق بين ارتفاع العقبة و منسوبها المعلوم، وذلك حتى يمكن رفع خط النظر عند مروره أعلي هذه العقبة بحيث يتحقق شرط الرؤية المتبادلة بين نقطتي المثلثات.



شكل (٤-٥) الرؤية المتبادلة

Example:

Check the inter-visibility between the triangulation stations A and B whose elevations are 320 and 1370 m respectively, where the distance AB equals 87 km. Knowing that there is a point C whose elevation equals 562 m lies on distance 29 km from point A.

h1 = 320 m, h2 = 1050 m

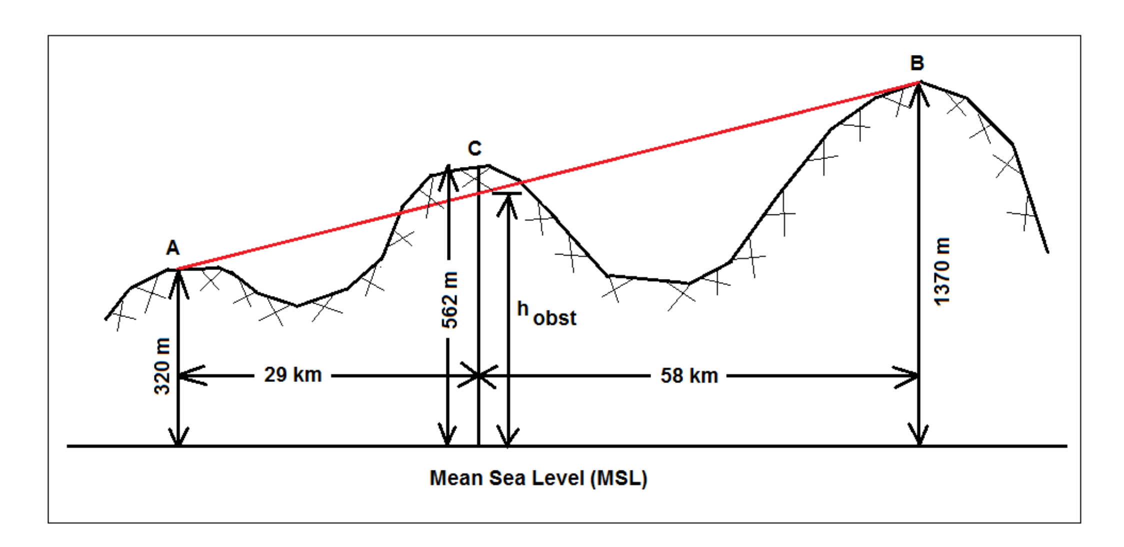
d1 = 29 km, d2 = 87 - 29 = 58 km

$$h_{obst} = h_1 + (h_2 - h_1)\left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right) - 0.0675 d_1 d_2$$

$$h_{obst} = 320 + (1370 - 320)\left(\frac{29}{87}\right) - 0.0675x29x58 = 556.5m$$

Since h_{obst} is less than the known h_C (562 m), it means that point C will obstruct the line from A to B, and a tower is needed.

Height of required tower = 562 - 556.5 = 5.5 m



٤-٢-٥ الاشتراطات فى شبكات المثلثات

في حالة توافر أرصاد أكثر من العدد الفعلي للقياسات الضرورية لرسم شكل أو شبكة ، فيمكن القول أن هذا الشكل تتوافر به بعض الاشتراطات الهندسية. فكمثال فان رسم مثلث يتطلب قياس ٣ كميات فقط (زاويتين وضلع أو ضلعين وزاوية ... الخ) ، فإذا تم قياس الزاوية الثالثة فنقول أن هناك شرط هندسي لابد من تحقيقه (وهذا الشرط أن مجموع زوايا المثلث = ١٨٠°). وتسمى أرصاد الشبكة في هذه الحالة بالأرصاد الشرطية. بينما في حالة أن تكون الأرصاد مساوية للعدد الفعلي للقياسات الضرورية المطلوبة فتسمى بالأرصاد غير الشرطية وهى حالة غير مرغوب فيها في المساحة لعدم توافر الاشتراطات التي تساعد على عمل تحقيق واكتشاف أخطاء الرصد. وتتعدد طرق تصحيح أو ضبط شبكات المثلثات network adjustment لتشمل الطرق الدقيقة مثل طريقة مجموع أقل مربعات least-square (انظر الفصل التالي) و الطرق البسيطة أو التقريبية التي ستناولها في الجزء التالي.

أنواع الاشتراطات

يمكن تقسيم الاشتراطات في شبكات المثلثات إلى نوعين رئيسين وهما الاشتراطات الخارجية والاشتراطات الداخلية.

الاشتراطات الخارجية external conditions : التي تربط شبكة المثلثات مع الشبكات المجاورة السابق ضبطها (تصحيحها) وهى:

- شرط طول خط القاعدة: طول خط القاعدة المحسوب من الزوايا المصححة يجب أن يساوى طول خط القاعدة المرصود.
- شروط الانحراف: انحرافات أضلاع الشبكة المحسوبة من الزوايا المصححة يجب أن تساوى الانحرافات المرصودة .
- شروط خطى الطول والعرض: خطوط الطول والعرض المحسوبة لأحد طرفي خط القاعدة يجب أن تساوى خطوط الطول والعرض المرصودة فلكيا لهذا الطرف.

الاشتراطات الداخلية internal conditions : وهى علاقات هندسية يجب تحقيقها لضمان دقة الإحداثيات المحسوبة لنقط المثلثات. وكلما زاد عدد الاشتراطات في الشبكة كلما زاد ضمان صحة الأرصاد ودقة العمل. وكما سبق الذكر فأن القاعدة العامة لحساب عدد الاشتراطات (C_T) لأي شكل أو شبكة :

عدد الاشتراطات = عدد الأرصاد الفعلية – عدد الأرصاد الضرورية لتوقيع الشكل أو الشبكة

$$C_T = O_A - O_N$$

حيث:

O_A عدد الزوايا المرصودة.

O_N عدد الأرصاد الضرورية لتوقيع الشكل أو الشبكة = ٢ (عدد نقط الشكل – ٢)

أنواع الاشتراطات الداخلية

١- الشرط المحلى local condition : ويسمى أيضا شرط قفل الأفق وهو أن مجموع الزوايا الأفقية المرصودة حول نقطة يجب أن يساوى ٣٦٠ ^{o} ٠

٢- الشرط المثلثي triangular condition : وهو أن مجموع زوايا المثلث يجب أن يساوى ١٨٠ ^{o} (للمثلث المستوى)
أو أن مجموع زوايا المثلث يجب أن يساوى ١٨٠ ^{o} + ز ، حيث ز = الزيادة الكرية spherical excess٠

٣- الشرط الضلعي side condition : لضمان ثبات أطوال الأضلاع المحسوبة بغض النظر عن المسار المتبع بدءا من الضلع المرصود٠ ويجب أولا تصحيح الزوايا المرصودة (أي تحقيق الشروط المحلية و المثلثية) قبل استخدام هذه الزوايا في تحقيق الشرط الضلعي ٠

ويمكن استخدام القوانين التالية لمعرفة عدد كل نوع من الشروط:

عدد الاشتراطات المثلثية = ل ـ ن + ١
عدد الاشتراطات الضلعية = ع ـ ٢ ن + ٣
عدد الاشتراطات المحلية = (ص + ن) ـ (ل + ع)

حيث:
ن = عدد نقط الشكل
ص = عدد الأرصاد
ل = عدد الأضلاع المرصودة من الاتجاهين
ع = عدد الأضلاع الكلية في الشكل

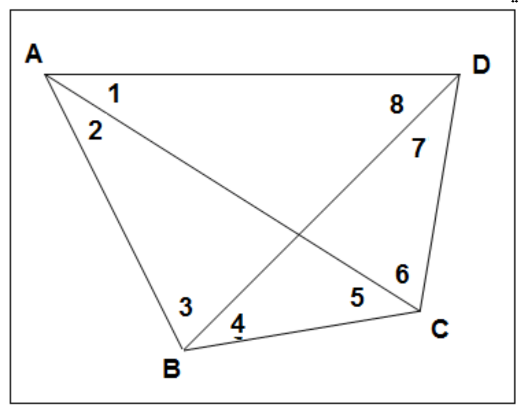
$N_{T.C} = L_1 - N + 1$
$N_{S.C} = N_{Total} - 2N + 3$
$N_{L.C} = (N_{obs} + N) - (L_1 + N_{Total})$

where,

$N_{T.C}$ = number of triangular conditions
$N_{S.C}$ = number of side conditions
$N_{L.C}$ = number of local conditions

N = number of points
N_{obs} = number of observations
L_1 = number of sides observed from both ends
N_{Total} = total number of all sides

وتوجد العديد من الطرق لكتابة الشرط الضلعي سنتعرض لأبسطها في مثال الشكل الرباعي مرصود القطرين كما يلي :



شكل (٤-٦) الشرط الضلعي للشكل الرباعي

O_N = عدد الأرصاد الضرورية لتوقيع الشكل الرباعي
= ٢ (عدد نقط الشكل – ٢) = ٢ (٤ - ٢) = ٤

O_A = عدد الأرصاد الفعلية (الزوايا) في الشكل الرباعي = ٨ زوايا

C_T = عدد الاشتراطات = عدد الأرصاد الفعلية (O_A) - عدد الأرصاد الضرورية (O_N)
= ٨ – ٤ = ٤

$C_T = O_A - O_N$ = 8 - 4 = 4 total conditions

N = Number of points = 4 points

N_{obs} = Number of observations = 8 angles

L_1 = number of sides observed from both ends = 6 sides

N_{Total} = total number of all sides = 6 sides

So,

$N_{T.C} = L_1 - N + 1 = 6 - 4 + 1$ = 3 triangular conditions

$N_{S.C} = N_{Total} - 2N + 3 = 6 - (2x4) + 3$ = 1 side condition

$N_{L.C} = (N_{obs}+N) - (L_1+N_{Total}) = (8+4) - (6+6) = 0$ local condition

<u>طريقة كتابة الشرط الضلعي:</u>

١- نختار نقطة القطب (أي نقطة تمر بها أشعة إلى كل باقي نقط الشكل) مثلا نقطة C
٢- نكتب جميع الأشعة المارة بهذه النقطة بالترتيب (سواء في اتجاه عقرب الساعة أو ضده) فتكون الأشعة في اتجاه عقرب الساعة هي: CD ، CB ، CA
٣- نجعل حاصل ضرب هذه الأشعة بنفس ترتيبها بسطا لكسر اعتيادي
٤- نكتب ترتيب الأشعة مرة أخرى بعد أن نجعل أول شعاع يصبح آخر شعاع: CB ، CA ، CD
٥- نجعل حاصل ضرب هذا الترتيب الجديد مقاما للكسر اعتيادي
٦- نساوى هذا الكسر بالواحد:

$$CD.CB.CA \big/ CB.CA.CD = 1$$

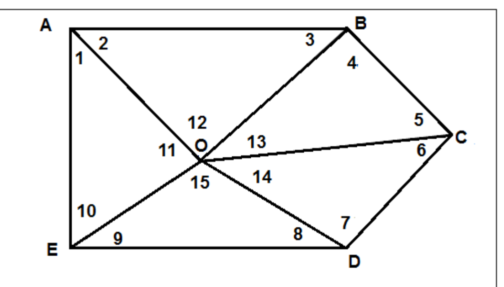
٧- نعوض عن كل شعاع بجيب الزاوية المقابلة له:

$$\sin(4).\sin(2).\sin(7+8) \big/ \sin(7).\sin(3+4).\sin(1) = 1$$

٨- نأخذ لوغاريتم هذه المعادلة فنحصل على <u>الشرط الضلعي المطلوب</u> :

$$\log(\sin 4) + \log(\sin 2) + \log(\sin 7+8) = \log(\sin(7) + \log(\sin 3+4) + \log(\sin 1)$$

<u>مثال آخر لكتابة الشرط الضلعي للشكل المركزي</u> : في الشكل التالي لا توجد أي نقطة تصلح لاختيارها كقطب إلا نقطة المركز O وبإتباع الخطوات السابقة نحصل على الشرط الضلعي الآتي:

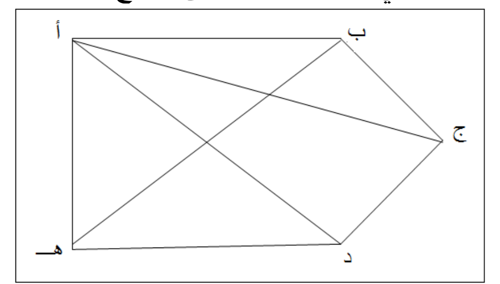


شكل (٤-٧) الشرط الضلعي للشكل المركزي

$$OE.OA.OB.OC.OC \big/ OA.OB.OC.OD.OE = 1$$

$$\log(\sin 1) + \log(\sin 3) + \log(\sin 5) + \log(\sin 7) + \log(\sin 9) =$$
$$\log(\sin(10) + \log(\sin 2) + \log(\sin 4) + \log(\sin 6) + \log(\sin 8)$$

<u>مثال آخر لكتابة الشرط الضلعي</u>: في الشكل التالي لا توجد أي نقطة تصلح لاختيارها كقطب إلا نقطة أ حيث أنها النقطة الوحيدة التي تمر بها أشعة إلى جميع نقط الشكل .



٤-٢-٦ شروط ضبط شبكات المثلثات

من المعروف أن أية قياسات مهما بلغت دقتها تكون بها بعض الأخطاء مهما صغرت قيمتها. ولذلك فأن الهدف من إجراء عملية ضبط شبكات المثلثات هو تصحيح الزوايا المرصودة بحيث تحقق كافة الاشتراطات المتوفرة بالشبكة (الاشتراطات المحلية والمثلثية والضلعية). وتوجد العديد من الطرق الرياضية لضبط الشبكات سنتعرض في هذا الباب لإحدى الطرق البسيطة.

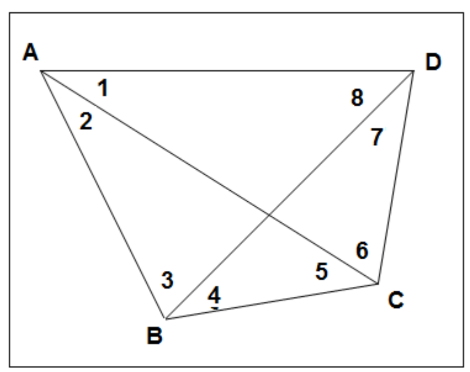
مثال ١: ضبط الشكل الرباعي مرصود القطرين

يعرف الشكل الرباعي ذو القطرين بأنه من أمتن وأقوى الأشكال الهندسية المكونة لشبكات المثلثات وخاصة من الدرجة الأولى ، وفى هذا الشكل نجد (مما سبق) أن :

$N_{T.C} = L_1 - N + 1 = 6 - 4 + 1$ = 3 triangular conditions

$N_{S.C} = N_{Total} - 2N + 3 = 6 - (2x4) + 3$ = 1 side condition

$N_{L.C} = (N_{obs}+N) - (L_1+N_{Total}) = (8+4) - (6+6)$ = 0 local condition



شكل (٤-٨) الشكل الرباعي المرصود القطرين

مثال لأرصاد الشكل الرباعي المرصود القطرين

قيمتها	الزاوية
٥٧° ٤٢' ٣٠"	١
٢٧ ٥١ ٤٩	٢
٤١ ٥٨ ٣٢	٣
٥٧ ٤٢ ٣٤	٤
٥٢ ٢٧ ٠٧	٥
٤١ ٥٨ ٤١	٦
٢٧ ٥١ ٣٣	٧
٥٢ ٢٧ ٠٦	٨
٣٥٩ ٥٩ ٥٢	المجموع

<u>الشرط المثلثي الأول:</u> مجموع الزوايا الثمانية = ٣٦٠ °
الخطأ = ٥٢ ٥٩ ٣٥٩ – ٣٦٠ = - ٨"
التصحيح = +٨" ، أي = +١" لكل زاوية من الزوايا الثمانية

<u>الشرط المثلثي الثاني :</u> أي زاويتين متقابلتين بالرأس متساويتين
١ + ٨ = ٤ + ٥
١ + ٨ = ٣٦" ٠٩' ١١٠°
٤ + ٥ = ٤١" ٠٩' ١١٠°
الخطأ = ٥"
التصحيح لكل زاوية = ٥" / ٤ = ١.٢٥" ٠ ويكون التصحيح بالجمع للزاويتين ١ ، ٨ وبالطرح للزاويتين ٤ ، ٥ ٠ ويجب استخدام الزوايا التي سبق تصحيحها للشرط المثلثي الأول ولا نستخدم الزوايا المرصودة٠

<u>الشرط المثلثي الثالث :</u> أي زاويتين متقابلتين بالرأس متساويتين
٢ + ٣ = ٦ + ٧
٢ + ٣ = ٢١ ٥٠ ٦٩ °
٦ + ٧ = ١٤ ٥٠ ٦٩ °
الخطأ = ٧"

التصحيح لكل زاوية = ٧" / ٤ = ١.٧٥" ٠ ويكون التصحيح بالطرح للزاويتين ٢ ، ٣ وبالجمع للزاويتين ٦ ، ٧ ٠

جدول تصحيح الشروط المثلثية للشكل الرباعي المرصود القطرين

الزاوية	المرصودة	مجموع الزاويتين المتقابلتين بالرأس	الفرق	ضبط الفرق	ضبط ٣٦٠	الزاوية نصف المصححة
١	٣٠ " ٤٢' ٥٧°			+١,٢٥"	+١"	٣٢,٢٥" ٤٢' ٥٧°
٨	٠٦ ٢٧ ٥٢	٣٦ " ٠٩' ١١٠°		+١,٢٥"	+١"	٠٨,٢٥" ٢٧ ٥٢
			٥"			
٤	٣٤ ٤٢ ٥٧			-١,٢٥"	+١"	٣٣,٧٥" ٤٢ ٥٧
٥	٠٧ ٢٧ ٥٢	٤١ ٠٩ ١١٠		-١,٢٥"	+١"	٠٦,٧٥" ٢٧ ٥٢
٢	٤٩ ٥١ ٢٧			-١,٧٥"	+١"	٤٨,٢٥" ٥١ ٢٧
٣	٣٢ ٥٨ ٤١	٢١ ٥٠ ٦٩		-١,٧٥"	+١"	٣١,٢٥" ٥٨ ٤١
			٧"			
٦	٤١ ٥٨ ٤١			+١,٧٥"	+١"	٤٣,٧٥" ٥٨ ٤١
٧	٣٣ ٥١ ٢٧	١٤ ٥٠ ٦٩		+١,٧٥"	+١"	٣٥,٧٥" ٥١ ٢٧
		٥٢" ٥٩' ٣٥٩°				٠٠" ٠٠' ٣٦٠°

<u>الشرط الضلعي :</u> يمكن اعتبار نقطة تقاطع القطرين كأنها قطب للشكل (افتراضيا مع أنها غير محتلة) لسهولة تكوين معادلة الشرط الضلعي :

$$\log(\sin 8) + \log(\sin 2) + \log(\sin 4) + \log(\sin 6) =$$
$$\log(\sin(1) + \log(\sin 3) + \log(\sin 5) + \log(\sin 7)$$

وتكون الخطوات كالتالي:

١- نحسب قيمة لو جا الزوايا الفردية (ل ١) ، لو جا الزوايا الزوجية (ل ٢)
٢- نحسب الفرق (ل١ – ل٢)
٣- نحسب مجموع لو جا ١ " لجميع الزوايا (مج)
٤- معامل التصحيح = (ل١ – ل ٢) / (مج)
٥- نضيف معامل التصحيح للزوايا التي كان لها (لو جا) هو الأصغر ونطرح معامل التصحيح من الزوايا التي كان لها (لو جا) هو الأكبر ٠

1. Compute L1 = log(sin)+10 for the even angles,
2. Compute L2 = log(sin)+10 for the odd angles,
3. Compute L1-L2
4. Compute L3 = $\sum \delta$ log (sin 1") x10^{-6} for all angles
5. The correction for each angle = (L1-L2) / L3 in units of seconds.
6. This correction is added for the angles have minimum L1 or L2, and is subtracted from the other group of angles.

(***P.S:*** use the precise value of **π = 3.141592654**)

جدول تصحيح الشرط الضلعي للشكل الرباعي المرصود القطرين

Ang.	Semi-corrected	Log (sin) +10	δ log (sin 1") x10^{-6}	correction	**Final corrected**
8	52 27 08.25	9.89931189	16.2	- 0.45"	52 27 07.80
2	27 51 48.25	9.669817154	39.8	- 0.45"	27 51 47.80
4	57 42 33.75	9.927147388	13.3	- 0.45"	57 42 33.30
6	41 58 43.75	9.825474828	23.4	- 0.45"	41 58 43.30
	L1 = sum	39.32175126			
1	57 42 32.25	9.927145393	13.3	+ 0.45"	57 42 32.70
3	41 58 31.25	9.825445579	23.4	+ 0.45"	41 58 31.70
5	52 27 06.75	9.899309463	16.2	+ 0.45"	52 27 07.20
7	27 51 35.75	9.669767369	39.8	+ 0.45"	27 51 36.20
	L2 = sum	39.3216678			
L1 - L2 =	= 39.32175126 - 39.3216678 = 83.5 x10^{-6}				
	L3 =		185.4 x10^{-6}		
Correction		= 83.5 / 185.4 = 0.45 "			

مثال ٢ : ضبط الشكل الرباعى ذو المركز

في الشكل الرباعي المركزي يوجد ٦ شروط :

شرط محلى واحد (مجموع الزوايا حول المركز = ٣٦٠)

أربعة شروط مثلثية (في كل مثلث: مجموع الزوايا = ١٨٠)

شرط ضلعي واحد٠

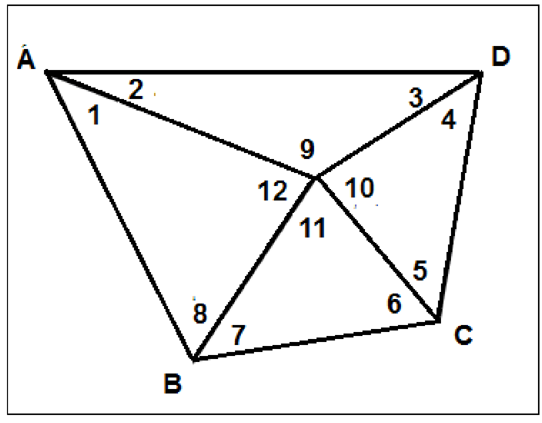
وتكون خطوات التصحيح كالآتي:

١- تصحيح زوايا كل مثلث ليكون مجموع الزوايا الثلاثة = ١٨٠

٢- تصحيح زوايا المركز ليكون مجموعها = ٣٦٠

٣- يضاف تصحيح زاوية المركز لكل مثلث بعكس إشارته على الزاويتين غير المركزتين في كل مثلث حتى نحافظ على الشرط المثلثي مرة أخرى٠ (لاحظ في الجدول التالي أن التصحيح يتم لأقرب ١" لتسهيل الحسابات فقط لا غير).

٤- تصحيح الشرط الضلعي (بنفس الأسلوب كما سبق في الشكل الرباعي مرصود القطرين)٠



شكل (٤-٩) الشكل الرباعي المرصود القطرين

جدول تصحيح الشروط المثلثية والشرط المحلى للشكل الرباعي ذو المركز

الزاوية	المرصودة	زوايا المركز	الفرق	ضبط ١٨٠	ضبط ٣٦٠	الضبط الكلي	الزاوية نصف المصححة
٨	١٧ ١٠ ٤٠			-	١+	١+	١٨ ١٠ ٤٠
١	١٢ ٢٧ ٧٩		١+	١-	١+	-	١٢ ٢٧ ٧٩
١٢	٣٢ ٢٢ ٦٠	٣٢ ٢٢ ٦٠		-	٢-	٢-	٣٠ ٢٢ ٦٠
	٠١ ٠٠ ١٨٠						
٢	٢٨ ١٥ ٨٣			٢+	١+	٣+	٣١ ١٥ ٨٣
٣	٣٦ ٣٠ ٣٩		٨-	٣+	١+	٤+	٤٠ ٣٠ ٣٩
٩	٤٨ ١٣ ٥٧	٤٨ ١٣ ٥٧		٣+	٢-	١+	٤٩ ١٣ ٥٧
	٥٢ ٥٩ ١٧٩						
	٥٨ ٤٨ ٢٨			-	١+	١+	٥٩ ٤٨ ٢٨
٤	٥٢ ٢٢ ٤٠		٥+	٣-	١+	٢-	٥٠ ٢٢ ٤٠
٥	١٥ ٤٨ ١١٠	١٥ ٤٨ ١١٠		٢-	٢-	٤-	١١ ٤٨ ١١٠
١٠	٠٥ ٠٠ ١٨٠						
	٠٧ ٤١ ٢٧			٢-	١+	١-	
٦	٢٤ ٤٣ ٢٠		٦+	٢-	٢+	-	٠٦ ٤١ ٢٧
٧	٣٥ ٣٥ ١٣١	٣٥ ٣٥ ١٣١		٢-	٣-	٥-	٢٤ ٤٣ ٢٠
١١	٠٦ ٠٠ ١٨٠						٣٠ ٣٥ ١٣١
		١٠ ٠٠ ٣٦٠		"١-			
		"١٠	+١٠ " – ١ " = ٩ " توزع على زوايا المركز فقط				

جدول تصحيح الشرط الضلعي للشكل الرباعي ذو المركز

الزاوية	نصف المصححة	لو جا الزاوية + ١٠	فرق لو جا ١" × ١٠ ^-٦^	ضبط الفرق	الزاوية المصححة
٨	١٨ ١٠ ٤٠	٩,٨٠٩٦١٣٦	٢٤	١+ "	١٩ ١٠ ٤٠
٢	٣١ ١٥ ٨٣	٩,٩٩٦٩٨٧	٢	١+ "	٣٢ ١٥ ٨٣
٤	٥٩ ٤٨ ٢٨	٩,٦٨٣٠٥٠١	٣٧	١+ "	٠٠ ٤٩ ٢٨
٦	٠٦ ٤٠ ٢٧	٩,٦٦٦٨٤٧٩	٤٠	١+ "	٠٧ ٤٠ ٢٧

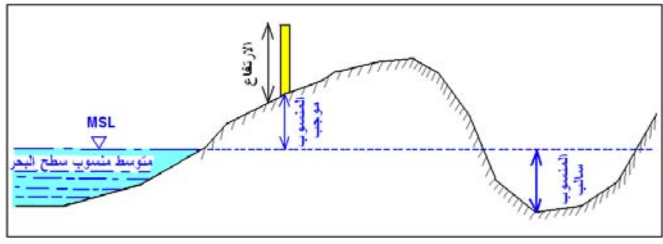
		ل١=٣٩,١٥٦٤٩٩٥			
١	١٢ ٢٧ ٧٩	٩,٩٩٢٦٠٠٤	٤	١- "	١١ ٢٧ ٧٩
٣	٤٠ ٣٠ ٣٩	٩,٨٠٣٦١٢٧	٢٥	١- "	٣٩ ٣٠ ٣٩
٥	٥٠ ٢٢ ٤٠	٩,٨١١٤٨٢٢	٢٤	١- "	٤٩ ٢٢ ٤٠
٧	٢٤ ٤٣ ٢٠	٩,٥٤٨٨٢٦٢	٥٧	١- "	٢٣ ٤٣ ٢٠
		ل٢=٣٩,١٥٦٥٢١٥			
	(ل١ – ل٢) = ٢٢ × ^-٦^		مج = ٢١,٣ × ^-٦^		
معامل التصحيح = ٢٢ / ٢١,٣ = ١,٠٣ " ≈ ١"					

٣-٤ شبكات الثوابت الأرضية الرأسية (شبكات الروبيرات)

تستخدم تطبيقات المساحة مثل الشريط و الثيودليت في تحديد مواقع (إحداثيات) المعالم الجغرافية في مستوي ، أي من خلال تحديد بعدين (س ، ص) لكل نقطة. إلا أن الأرض ليست مستوي إنما هي مجسم شبه كروي وسطحه ليس مستويا بل تتخلله الجبال و الوديان و المنخفضات ، ولتمثيل أي معلم علي الأرض يلزمنا ثلاثة أبعاد وليس أثنين فقط. هذا البعد الثالث (البعد الرأسي) هو الهدف الذي تسعي الميزانية لقياسه. الميزانية هي فرع المساحة الذي يبحث في الطرق المختلفة لقياس البعد الثالث (الارتفاعات) للمعالم الجغرافية علي سطح الأرض. الميزانية (أو التسوية) من أهم تطبيقات علم المساحة في كافة المشروعات المدنية و العسكرية علي الأرض، فهي أساس العمل المساحي في تنفيذ مشروعات البناء و الجسور و الكباري و الطرق و السكك الحديدية والترع و المصارف والسدود وتسوية الأراضي ... الخ.

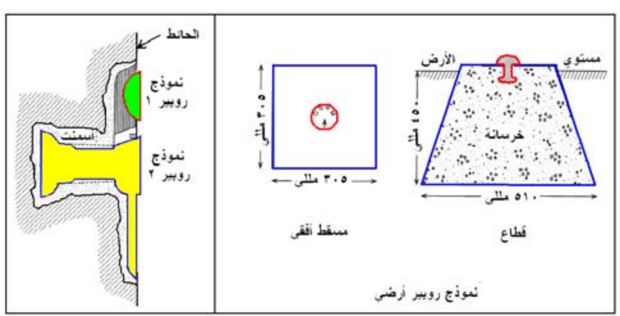
لتحديد البعد الرأسي (ارتفاع أو الانخفاض) لمجموعة من النقاط يلزم سطح مرجعي أو مستوي مقارنه تنسب إليه جميع القياسات ، أي سطح عين يكون الارتفاع عنده مساويا للصفر. يتكون كوكب الأرض من مياه (بحار و محيطات) تغطي ٧٥% من إجمالي سطح الكوكب بينما تمثل اليابسة (القارات) الجزء المتبقي. لذلك أتخذ علماء المساحة منذ مئات السنين مستوي سطح البحر (وامتداده الوهمي تحت اليابسة) كسطح مرجعي لقياس الارتفاعات. بما أن مياه البحار و المحيطات تتأثر علي سطحها بالتيارات البحرية اليومية و تأثيرات المد و الجزر فأن مستوي المقارنة هو متوسط منسوب سطح البحر Mean Sea Level أو اختصارا MSL. فإذا تم قياس البعد الرأسي لأي معلم بدءا من أي مرجع فنطلق علي هذا القياس أسم "الارتفاع Height" بينما إذا تم القياس بدءا من متوسط منسوب سطح البحر MSL فنطلق علي هذا البعد أسم "المنسوب Level". أي أن المنسوب هو ارتفاع من نوع خاص تم قياسه أو تحديده بدءا من متوسط منسوب سطح البحر. يكون المنسوب موجبا إن كان أعلي من منسوب متوسط سطح البحر ، ويكون سالبا إن كان أقل منه.

قامت كل دولة بتحديد متوسط منسوب سطح البحر MSL في نقطة محددة ومن ثم تم اعتبار تلك النقطة هي أساس كل القياسات الرأسية (المناسيب) في هذه الدولة. مثلا في مصر فأن محطة تحديد متوسط منسوب سطح البحر كانت في ميناء الإسكندرية (علي ساحل البحر الأبيض المتوسط) في عام ١٩٠٧م ولذلك نجد في أسفل كل خريطة مصرية جملة "المناسيب مقاسة نسبة إلي متوسط منسوب سطح البحر عند الإسكندرية في عام ١٩٠٧م". وكانت هذه العملية تتم من خلال قياس و تسجيل ارتفاع مياه سطح البحر داخل بئر - قريب من ساحل البحر وتدخله مياه البحر عن طريق أنبوبة – كل ساعة علي مدار اليوم ولمدة زمنية طويلة تتجاوز عدة سنوات حتى يمكن حساب متوسط هذه القياسات وبالتالي تحديد النقطة (داخل هذا البئر) التي يكون عندها متوسط منسوب سطح البحر مساويا للصفر. في مصر تمت هذه القياسات للفترة ١٨٩٨م - ١٩٠٧م حتى تم تحديد MSL لمصر.

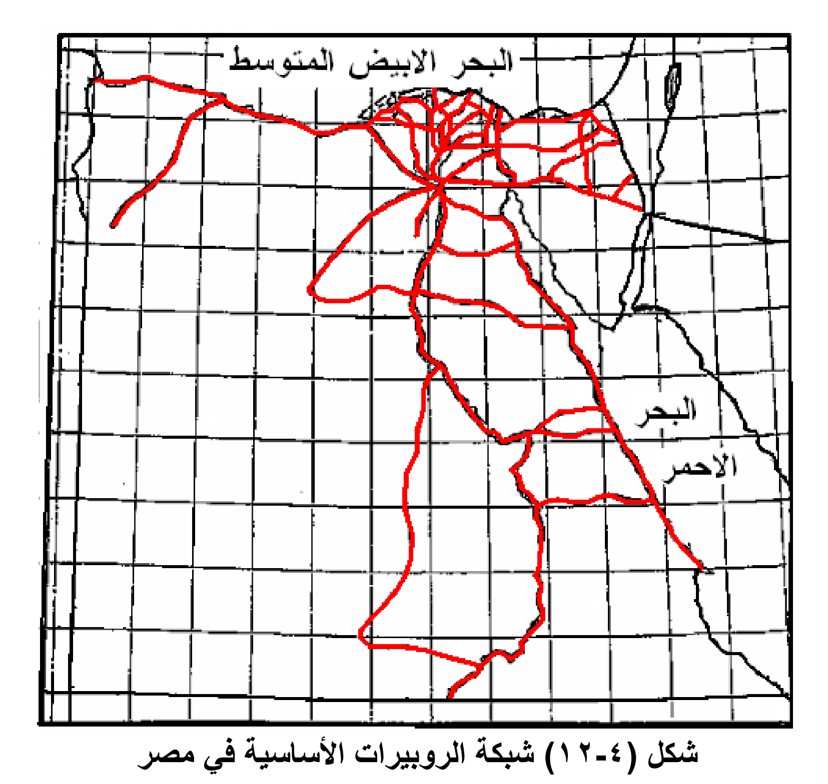


شكل (٤-١٠) الارتفاع و المنسوب

بعد تحديد متوسط منسوب سطح البحر للدولة يتم بناء نقطة ثوابت (علامة أرضية) بالقرب من هذا البئر ويتم قياس ارتفاع هذه النقطة عن متوسط منسوب سطح البحر (أي يتم تحديد منسوب هذه النقطة). أطلق أسم Bench Mark أو اختصارا "BM" أو "الروبير" علي هذه النقطة وعلي كل نقطة معلومة المنسوب. وبطريقة معينة (الميزانية التي سنتحدث عنها لاحقا) تم بناء مجموعة من علامات BM الروبيرات بحيث تغطي كافة الأنحاء المعمورة من الدولة، وهذا ما يطلق عليه أسم شبكة الثوابت الرأسية أو شبكات الميزانية أو الشبكات المساحية الرأسية. وبالتالي فتكون فأن من مهام الجهة الحكومية المسئولة عن المساحة في الدولة (هيئة المساحة في مصر أو إدارة المساحة العسكرية في السعودية) توفير نقاط روبيرات داخل كل مدينة في هذه الدولة بحيث يمكن لأي مشروع هندسي أن يبدأ من نقطة BM معلومة المنسوب بالقرب من موقع المشروع. تكون الروبيرات أما مثبتة في حائط أي مبني (غالبا مبني حكومي) وتسمي روبيرات الحائط أو ماسورة مثبتة في الأرض وتسمي روبيرات أرضية. ويتم الحصول علي معلومات أي روبير (موقعه بالتحديد وقيمة منسوبة) من الجهة المسئولة عن أعمال المساحة في هذه المدينة أو هذه الدولة.



شكل (٣-١١) أنواع و نماذج الروبيرات

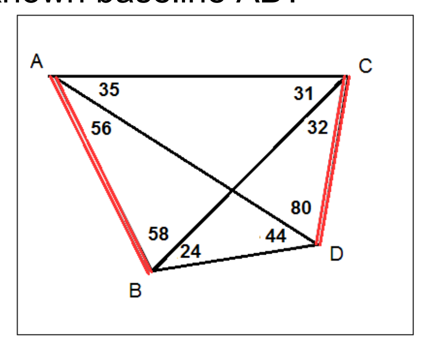


شكل (٤-١٢) شبكة الروبيرات الأساسية في مصر

Sheet No. 4

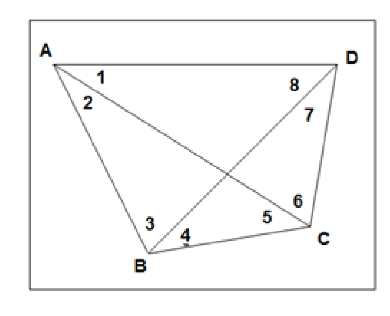
1. Define the geodetic control networks? What are their importance in geodetic surveying?
2. Why there are several orders of geodetic control networks? What are the differences between these orders?

3. In the next figure, find the best path to compute the baseline CD from the known baseline AB?



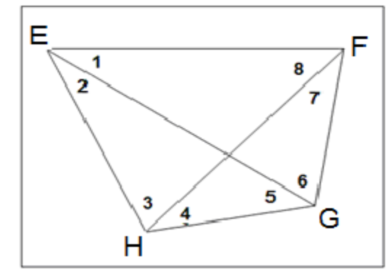
4. Check the inter-visibility between the triangulation stations A and B whose elevations are 402.5 and 1395.5 m respectively, where the distance AB equals 95.5 km. Knowing that there is a point C whose elevation equals 610 m lies on distance 32.5 km from point A.

5. Adjust the following quadrant figure:



Angle	Value
1	30 20 50
2	40 33 30
3	54 54 56
4	42 37 47
5	41 53 49
6	39 43 39
7	55 44 38
8	54 10 45

6. Adjust the following quadrant figure:



Angle	Observed
1	30º 19' 40"
2	40º 33' 33"
3	54º 54' 48"
4	42º 37' 10"
5	41º 54' 19"
6	39º 43' 33"
7	55º 44' 42"
8	54º 11' 33"

الفصل الخامس

ضبط الشبكات الجيوديسية

يعتمد علم المساحة الجيوديسية في المقام الأول علي الأرصاد (القياسات) والتي مهما بلغت دقة قياسها فلن تعطي نتائج صحيحة بصورة مطلقة بل سيكون بها خطأ مهما كان صغيرا جدا. فعلي سبيل المثال إذا قام راصد ذو خبرة كبيرة مستخدما جهاز ثيودليت دقيق بقياس زاوية ما عدد من المرات فلن تكون قيمة الزاوية واحدة في كل هذه القياسات. لذلك من الضروري علي دارس المساحة الجيوديسية أن يلم بمصادر الأخطاء و أنواعها و كيفية التغلب عليها – إن أمكن – أو كيفية التعامل معها حسابيا للوصول إلي قيمة أقرب للصحة للكمية التي يتم قياسها.

٥-١ مصادر و أنواع الأخطاء

الخطأ هو مقدار الفرق بين القيمة المقاسة (المرصودة) والقيمة الحقيقية لها. لكن من الصعب – إن لم يكن من المستحيل – أن نعرف القيمة الحقيقية لأي قياس، ولذلك فنستعيض عنه بالقيمة الأكثر احتمالا له.

تحدث الأخطاء نتيجة ثلاثة أسباب أو مصادر هي:

(أ) أخطاء الية instrument errors:
أخطاء ناتجة عن عيوب الأجهزة المستخدمة في القياس والتي يمكن التغلب عليها من خلال ضبط الجهاز ضبط دائم و معايرته كل فترة و إتباع خطة معينة في الرصد (مثل الرصد متيامن و متياسر بجهاز الثيودليت) وتصحيح أو ضبط الأرصاد من خلال معادلات رياضية (مثلا ضبط زوايا المثلث بحيث يساوي مجموع زواياه ١٨٠ درجة).

(ب) أخطاء شخصية personal errors:
أخطاء ترجع للراصد ذاته مثل عدم اعتنائه بعملية الرصد بصورة سليمة أو قلة خبرته العملية.

(ج) أخطاء طبيعية natural errors:
أخطاء ترجع أسبابها لتغير الظروف الطبيعية أثناء عملية الرصد مثل تغير تأثير الانكسار الجوي علي الميزان في فترات اليوم الواحد.

تنقسم أنواع الأخطاء إلي أربعة أنواع تشمل:

(١) الغلط أو الخطأ الجسيم Mistake or Blunder or Gross Error:
هو قيمة شاذة تجعل القيم المرصودة غير متجانسة مع بقية الأرصاد المماثلة، وينتج عن قلة الخبرة أو الإهمال في القياس. مثلا عند قياس زاوية عدة مرات فتكتب قيمتها في احدي المرات ١٥٣ درجة بدلا من ١٣٥ درجة. ويمكن اكتشاف الغلط من خلال الحرص في المراجعة والتحقق من كل خطوة من خطوات الرصد ثم استبعاده نهائيا من عملية الحسابات المساحية. تجدر الإشارة إلي أن الغلط هو أخطر أنواع الأخطاء وأشدها تأثيرا علي دقة العمل في حالة عدم اكتشافه.

(٢) الخطأ التراكمي Accumulative Error:
هو خطأ صغير القيمة نسبيا (عند مقارنته بقيمة الغلط) يتكرر بنفس المقدار و الإشارة إذا تكرر القياس تحت نفس الظروف وباستخدام نفس الأجهزة ونفس الراصدين. الخطأ المنتظم خطا تراكمي بمعني أن قيمته تزيد كلما تكرر القياس. ويتم التغلب علي الخطأ المنتظم إما بإضافة التصحيحات اللازمة له أو بوضع خطة دقيقة لعملية الرصد ذاتها، ويجب أن يتم ذلك قبل استخدام الأرصاد في العمليات الحسابية المساحية.

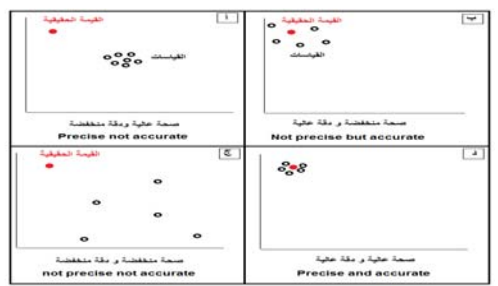
(٣) الخطأ المنتظم Systematic Error:
يشبه الخطأ المنتظم الخطأ التراكمي في طبيعته إلا أنه قد يكون تراكميا بنفس المقدار والإشارة وقد يختلف في قيمته و إشارته من أجزاء العمل الحقلي. كمثال تأثير عوامل الطقس علي قياسات الزوايا و المسافات المقاسة الكترونيا. ويتم التغلب علي الأخطاء المنتظمة من خلال إجراء التصحيحات اللازمة قبل استخدام الأرصاد في العمليات الحسابية المساحية.

(٤) الخطأ العشوائي أو العارض Random or Accidental Error:
الخطأ العشوائي خطأ متغير غير ثابت لا في القيمة ولا في الإشارة ولا يمكن التنبؤ به ولا معرفة مصدره الرئيسي، ولذلك فأسمه العشوائي. توجد الأخطاء العشوائية - مهما صغرت قيمتها - في كل القياسات ويتم التعامل معها بطرق رياضية لمحاولة الوصول إلي القيمة الأكثر احتمالا للكميات المطلوب حساب قيمتها الدقيقة. وهذا هو موضوع نظرية الأخطاء Theory of Errors أو عملية الضبط Adjustment.

<u>٥-٢ مبادئ إحصائية عامة</u>

(أ) الدقة Accuracy والصحة Precision:
يجب علي دارس المساحة أن يفرق بين كلا المفهومين وخاصة – للأسف – أن بعض الكتب باللغة العربية تترجم كلا الكلمتين إلي "دقة" مع أنه يوجد اختلاف جذري بينهما. فالصحة (البعض يسميها الإحكام أو الدقة الظاهرية) Precision تدل علي مدي تقارب مجموعة من القياسات لنفس الهدف، أي أن الصحة هي درجة التوافق بين عدة قياسات لقيمة واحدة، أو هي درجة تنقية الأرصاد من الأخطاء معروفة المصدر وإزالة تأثيرها علي القياسات. بينما الدقة Accuracy تدل علي مدي قرب هذه الأرصاد من القيمة الحقيقية لها، أو بمعني آخر فالدقة هي درجة الكمال في الأرصاد وخلوها من الأخطاء بقدر الإمكان.

الشكل التالي يمثل أربعة حالات للفرق بين الدقة و الصحة: (أ) فان كانت القياسات متقاربة جدا من بعضها البعض لكنها في نفس الوقت بعيدة عن القيمة الحقيقية فهنا تكون الصحة عالية لكن الدقة منخفضة، (ب) أما إن كانت القياسات متباعدة عن بعضها البعض لكنها في نفس الوقت قريبة من القيمة الحقيقية فهنا تكون الصحة منخفضة لكن الدقة عالية، (ج) أما إن كانت القياسات متباعدة عن بعضها البعض وأيضا بعيدة عن القيمة الحقيقية فهنا تكون الصحة منخفضة والدقة منخفضة أيضا، (د) أما إن كانت القياسات متقاربة جدا من بعضها البعض وفي نفس الوقت قريبة من القيمة الحقيقية فهنا تكون الصحة عالية والدقة عالية أيضا.



شكل (٥-١) الدقة و الصحة

من الصعب معرفة القيمة الحقيقية لأي قيمة مقاسة لتحديد دقة القياسات، وغالبا نستطيع حساب قيمة هي الأكثر احتمالا أو الأكثر قربا للقيمة الحقيقية. مثلا إذا قممنا بقياس زاوية عدة مرات – وتأكدنا من عدم وجود أية أغلاط أو أخطاء منتظمة أو أخطاء تراكمية – ثم قمنا بحساب متوسط هذه الأرصاد فأنه سيكون أقرب وأكثر احتمالا للقيمة الحقيقية لهذه الزاوية. لكي نحدد مقياس للدقة يتم مقارنة القيمة الأكثر احتمالا (المتوسط) بقيمة المسافة التي تم قياسها بطريقة أدق، فمثلا نقارن متوسط المسافات المقاسة بالشريط مع قيمة المسافة المقاسة بالمحطة الشاملة ونقارن متوسط الزاوية المقاسة بالثيودليت مع قيمة الزاوية المحسوبة من أرصاد النظام العالمي لتحديد المواقع GPS، ونقارن إحداثيات GPS مع إحداثيات تقنية أخري أكثر تقدما ودقة مثل VBLI. Accurate

يمكن تقسيم الأرصاد المساحية إلي مجموعتين:

(١) أرصاد مباشرة Direct Observations:

عند قياس الكمية المطلوبة قياسا مباشرا فمثلا قياس المسافة مباشرة وكذلك قياس الزوايا المطلوبة ... الخ. تسمي هذه الكميات في هذه الحالة كميات مستقلة Independent Observations أي لا تعتمد علي أية أرصاد أو كميات أخري.

(٢) أرصاد غير مباشرة Indirect Observations:

هي الكميات التي لا يمكن قياسها مباشرة لكن يتم عمل أرصاد لكميات أخري والتي منها سيتم تحديد أو حساب قيم الكميات الأصلية المطلوبة. فمثلا قياس طول وعرض مربع بهدف حساب مساحته، وعند حساب إحداثيات نقاط ترافرس فنقيس زوايا و أضلاع الترافرس والتي هنا تمثل أرصاد غير مباشرة. وتسمي الأرصاد غير المباشرة كميات تابعة Dependant Observations لأنها تعتمد في تحديد قيمتها علي قيم أرصاد أخري تتأثر بها.

القيمة الأكثر احتمالا Most-Probable Value:

من الصعب – إن لم يكن من المستحيل – معرفة القيمة الحقيقية لأي كمية مقاسة وذلك لوجود أخطاء في القياس مهما كانت قيمة هذه الأخطاء صغيرة جدا. إن كانت الأرصاد مستقلة ولا تعتمد علي بعضها البعض وقمنا بتكرار القياس عدة مرات فأن قيمة المتوسط الحسابي ستمثل القيمة الأكثر احتمالا أو الأكثر توقعا أو الأكثر قربا للقيمة الحقيقية.

المتوسط الحسابي = مجموع الأرصاد / عدد الأرصاد (٥-١)

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} \qquad (5-1)$$

حيث:
y_i تمثل الأرصاد $y_1, y_2, y_3, \ldots.. y_n$
n تمثل عدد الأرصاد

الخطأ الحقيقي True Error:
هو الفرق بين القيمة المرصودة والقيمة الحقيقية لها. وبما أن القيمة الحقيقية لا يمكن معرفتها ففي معظم الأحيان فان الخطأ الحقيقية أيضا لا يمكن معرفته. لكن في بعض الحالات يمكن معرفة الخطأ الحقيقي من خلال مواصفات أو قواعد هندسية معلومة فمثلا عند قياس الزوايا الثلاثة لمثلث فيجب أن يساوي مجموع الزوايا ١٨٠ درجة، ففي هذه الحالة يكون الخطأ الحقيقي هو ناتج طرح مجموع الزوايا المقاسة من ١٨٠.
الخطأ الحقيقي = القيمة المرصودة – القيمة الحقيقية (٥-٢)

$$\varepsilon_i = y_i - \mu \qquad (5\text{-}2)$$

حيث: μ القيمة الحقيقية، ε الخطأ الحقيقي

الأخطاء المتبقية أو الفروق Residuals or Discrepancies:
الفرق أو الخطأ المتبقي (أو الباقي) هو الفرق بين القيمة المرصودة و القيمة الحقيقية لها. لكننا نستعيض عن القيمة الحقيقية بالقيمة الأكثر احتمالا لها وبذلك يكون الخطأ المتبقي:

الفرق = القيمة الأكثر احتمالا – القيمة المرصودة (٥-٣)

$$v_i = \bar{y} - y_i \qquad (5\text{-}3)$$

حيث: v الخطأ المتبقي أو الفرق

التباين Variance:
التباين هو مؤشر إحصائي يحدد مدي تباين أو انتشار أو تشتت مجموعة من الأرصاد حول القيمة الحقيقية لها أو القيمة الأكثر احتمالا لها، ولذلك يوجد نوعين من التباين:

تباين المجتمع Population Variance:
إذا تم قياس **كل** الأرصاد الممكنة للقيمة المطلوبة فأن تباين المجتمع يساوي مجموع مربعات الأخطاء **الحقيقية** مقسوما علي عدد الأرصاد:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2}{n} \qquad (5\text{-}4)$$

حيث ε الخطأ الحقيقي لكل رصدة (وهو كما ذكرنا غير معلوم بسبب أن القيمة الحقيقية غالبا غير معلومة).

تباين العينة Sample Variance:
إذا تم قياس **عينة** أو مجموعة من الأرصاد للقيمة المطلوبة فأن تباين هذه العينة يساوي مجموع مربعات الأخطاء **المتبقية** (وليست الأخطاء الحقيقية) مقسوما علي عدد الأرصاد ناقص واحد:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} v_i^2}{n-1} \qquad (5\text{-}5)$$

حيث: v الخطأ المتبقي أو الفرق لكل رصدة.

أي أننا في حسابات المساحة نتعامل مع تباين العينة وليس تباين المجتمع وذلك بسبب حساب تباين المجتمع يتطلب معرفة القيمة الحقيقية وهي غير معلومة وبالتالي لا يمكننا معرفة قيم الأخطاء الحقيقية (في المعادلة ٥-٤) وذلك بالإضافة إلي أننا لا نستطيع قياس كل الأرصاد الممكنة للقيمة المطلوب قياسها.

الخطأ المعياري Standard Error:

الخطأ المعياري هو الجذر التربيعي لقيمة تباين المجتمع.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2}{n}} \qquad (5\text{-}6)$$

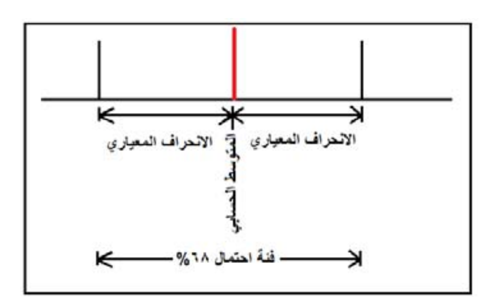
الانحراف المعياري Standard Deviation:

يعبر الانحراف المعياري (يطلق عليه أيضا أسم الخطأ التربيعي المتوسط Mean Square Error) عن مدي انحراف (ابتعاد أو اقتراب) القيمة المقاسة عن القيمة الأكثر احتمالا لها، وقيمته تساوي الجذر التربيعي لقيمة تباين العينة:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} v_i^2}{n-1}} \qquad (5\text{-}7)$$

ترجع أهمية قيمة الانحراف المعياري إلي وجود احتمال بنسبة ٦٨% أن القيمة الحقيقية ستقع في مدي يتراوح بين (المتوسط + الانحراف المعياري) و (المتوسط - الانحراف المعياري). مثال: إذا كان متوسط عدد من القياسات لمسافة يساوي ٥٣.٢١ متر وكان الانحراف المعياري للقياسات يساوي ± ٠.٠٣ متر فأن القيمة الحقيقية لهذه المسافة ستقع باحتمال ٦٨% بين ٥٣.٢١+٠.٠٣ و ٥٣.٢١-٠.٠٣ أي بين ٥٣.٢٤ و ٥٣.١٩ متر. بمعني آخر يمكن القول أن ٦٨% من القياسات أو الأرصاد يحتمل أن يكون بها خطأ قيمته تساوي قيمة الانحراف المعياري سواء بإشارة موجبة أو سالبة.

كلما صغرت قيمة الانحراف المعياري صغرت حدود هذه الفئة مما يدل علي أن القياسات أقرب ما تكون للقيمة الحقيقية، والعكس صحيح فكلما كبرت قيمة الانحراف المعياري زادت حدود الفئة مما يعطي انطباعا أن القياسات أو الأرصاد بعيدة عن القيمة الحقيقية.



شكل (٥-٢) العلاقة بين المتوسط و الانحراف المعياري

أيضا يجب ملاحظة أن الانحراف المعياري يعتمد علي عدد الأرصاد (n في المعادلة ٤-٧)، أي أن كلما زاد عدد الأرصاد أو القياسات كلما زاد اقتراب هذه القياسات من القيمة الحقيقية لها وبالتالي تزداد الثقة في القياسات. وهذا من أهم مبادئ العمل المساحي بصفة عامة حيث دائما نفضل أن نقيس الكمية عدد من المرات ولا نكتفي بقياسها مرة واحدة فقط.

<u>الانحراف المعياري للمتوسط Standard Deviation of the Mean:</u>

الانحراف المعياري للمتوسط الحسابي هو حاصل قسمة الانحراف المعياري للعينة علي الجذر التربيعي لعدد الأرصاد:

$$S_{\bar{y}} = \pm \frac{S}{\sqrt{n}} \qquad (5\text{-}8)$$

تعبر قيمة الانحراف المعياري عن مدي تشتت أو تباعد القياسات عن بعضها البعض وبالتالي فهي قيمة معبرة عن مدي التوافق بين الأرصاد ومن ثم فأن الانحراف المعياري يؤخذ علي أنه مقياس أو مؤشر للصحة Precision. وفي العمل المساحي لا نعبر عن القيمة الأكثر احتمالا بقيمة المتوسط فقط إنما بقيمتي المتوسط و الانحراف المعياري معا، فنقول أن المسافة المقاسة – علي سبيل المثال – تساوي ٥٣.٢١ ± ٠.٠٣ متر.

بالعودة لتعريف كلا من الصحة و الدقة نستطيع القول أن الانحراف المعياري (الذي هو أساسا مؤشر للصحة Precision) يمكنه أن يعبر عن الدقة Precision <u>في حالة</u> خلو الأرصاد بقدر الإمكان من الأخطاء المنتظمة والأخطاء التراكمية والأغلاط. ففي حالة خلو الأرصاد من مصادر الأخطاء المعروفة فأن القياسات لن يكون بها إلا الأخطاء العشوائية فقط وبالتالي ستقترب قيم الأخطاء المتبقية أو الفروق من قيم الأخطاء الحقيقية وستقترب القيمة الأكثر احتمالا من القيمة الحقيقية للكمية المقاسة، ومن هنا فأن قيمة الانحراف المعياري ستقترب من قيمة الخطأ الحقيقي مما يجعل الانحراف المعياري يعبر - بدرجة كبيرة - عن الدقة. هنا تأتي أهم مبادئ العمل المساحي وهو أنه يحاول تحقيق أعلي درجة من الدقة في الرصد الحقلي سواء دقة الأجهزة المستخدمة أو دقة أساليب الرصد الميداني واتخاذ كافة الاحتياطات و تطبيق مواصفات الرصد وزيادة عدد الأرصاد مما يجعل الأرصاد المساحية خالية بقدر الإمكان من الأخطاء معلومة المصدر وبذلك فتكون نتائج الحسابات المساحية معبرة عن دقة الكميات المطلوب تحديدها.

مثال ١:

قيست مسافة ستة مرات فكانت الأرصاد كالتالي: ٥١.١٢، ٥١.١٤، ٥١.١٨، ٥١.١٩، ٥١.٢٢، ٥١.١٦ متر. أحسب القيمة الأكثر احتمالا لهذه المسافة.

مجموع المسافات المقاسة = ٥١.١٢ + ٥١.١٤ + ٥١.١٨ + ٥١.١٩ + ٥١.٢٢ + ٥١.١٦
= ٣٠٧.٠١ متر
المتوسط الحسابي = مجموع المسافات ÷ عددهم = ٣٠٧.٠١ ÷ ٦ = ٥١.١٦٨ متر
نحسب الخطأ المتبقي لكل قياس = المتوسط - الرصدة
الخطأ المتبقي للرصدة رقم ١ = ٥١.١٦٨ – ٥١.١٢ = ٠.٠٤٨ متر
الخطأ المتبقي للرصدة رقم ٢ = ٥١.١٦٨ – ٥١.١٤ = ٠.٠٢٨ متر
وهكذا كما في العمود الثالث من الجدول التالي.
نحسب مربع كل خطأ متبقي للقياسات:
مربع الخطأ المتبقي للرصدة رقم ١ = ٠.٠٤٨ × ٠.٠٤٨ = ٠.٠٠٢٣٣٦ متر مربع
مربع الخطأ المتبقي للرصدة رقم ٢ = ٠.٠٢٨ × ٠.٠٢٨ = ٠.٠٠٠٨٠٣ متر مربع

وهكذا كما في العمود الرابع من الجدول التالي.

نحسب مجموع مربعات الأخطاء المتبقية = ٠.٠٠٦٤٨٣ متر مربع
نحسب تباين العينة (المعادلة ١٢-٥) = ٠.٠٠٦٤٨٣ ÷ (٦-١))
= ٠.٠٠١٢٩٦٧ متر مربع
نحسب الانحراف المعياري (المعادلة ١٢-٧) = جذر (٠.٠٠١٢٩٦٧) = ٠.٠٣٦ متر.

م	القياسات Y	الفروق v	مربع الفروق v2
1	51.12	0.048	0.002336
2	51.14	0.028	0.000803
3	51.18	-0.012	0.000136
4	51.19	-0.022	0.000469
5	51.22	-0.052	0.002669
6	51.16	0.008	0.000069

العدد	6		
المجموع	307.010		0.006483
المتوسط	51.168		

تباين المجتمع			0.0012967
الانحراف المعياري			0.036
الانحراف المعياري للمتوسط			0.015

القيمة الأكثر احتمالا = المتوسط ± الانحراف المعياري = ٥١.١٦٨ ± ٠.٠١٥ متر.

٥-٣ مبدأ الوزن في القياسات المساحية

في المثال السابق قمنا بحساب المتوسط و الانحراف المعياري للمسافة التي تم قياسها عدد من المرات لكننا افترضنا أن كل القياسات متساوية في الدقة و الأهمية. ماذا لو كانت بعض القياسات قد تمت باستخدام الشريط بينما القياسات الأخرى تمت باستخدام جهاز EDM؟ هل ستكون كل القياسات متساوية في الأهمية ومقدار الثقة بها؟ هنا يأتي دور الوزن weight ليكون مفهوما يعبر عن مدي اختلاف أهمية أو الثقة في بعض القياسات. فكلما كانت الثقة في الرصدة كبيرة فيكون وزنها (أهميتها النسبية) كبيرا والعكس صحيح فكلما كانت الثقة ضعيفة في رصدة معينة فيجب أن يكون وزنها أقل. فعلي سبيل المثال إذا قمنا برصد زاوية معينة مرة باستخدام محطة شاملة دقتها ١" ومرة أخري باستخدام جهاز ثيودليت دقته ٥" فأن وزن الزاوية الأولي يجب أن يكون – منطقيا- أكبر من وزن الزاوية الثانية حيث أن دقة الجهاز المستخدم أعلي في الأولي من الثانية.

وبناءا علي مبدأ الوزن (أو الأهمية النسبية) فأن طريقة حساب المتوسط ستتغير لنحسب ما نطلق عليه أسم المتوسط الموزون Weighted Mean (لنفرق بينه وبين المتوسط العادي في المعادلة ٥-١ والذي كان يعتمد علي أن كل القياسات متساوية في الأهمية أو متساوية في الوزن):

المتوسط الموزون = مجموع (حاصل ضرب كل رصدة× وزنها) / مجموع الأوزان

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i \, w_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} \qquad (5\text{-}9)$$

كما ستتغير أيضا طريقة حساب الانحراف المعياري عند وجود أوزان مختلفة للقياسات (بدلا من المعادلة ٥-٧) وذلك بحساب الجذر التربيعي لقيمة الناتج من قسمة مجموع حاصل ضرب (مربع الخطأ المتبقي لكل رصدة في وزن الرصدة) علي عدد الأرصاد ناقص واحد:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} v_i^2 \, w_i}{n-1}} \qquad (5\text{-}10)$$

كذلك ستتغير معادلة حساب الانحراف المعياري للمتوسط (٥-٨) لتصبح ناتج قسمة الانحراف المعياري علي الجذر التربيعي لمجموع الأوزان:

$$S_{\bar{y}} = \pm \frac{S}{\sqrt{w}} \qquad (5\text{-}11)$$

<u>مثال ٢:</u>

قيست مسافة ستة مرات فكانت الأرصاد كالتالي: ٥١.١٢، ٥١.١٤، ٥١.١٨، ٥١.١٩، ٥١.٢٢، ٥١.١٦ متر، وكانت أوزان الأرصاد بالترتيب هي ٦، ٥، ٣ ، ١، ١، ٣. أحسب القيمة الأكثر احتمالا لهذه المسافة.

نحسب مجموع الأوزان = ٦ + ٥ + ٣ + ١ + ١ + ٣ = ١٩

نحسب حاصل ضرب الرصدة × وزنها:
للرصدة رقم ١ = ٥١.١٢ × ٦ = ٣٠٦.٧٢٠
للرصدة رقم ٢ = ٥١.١٤ × ٥ = ٢٥٥.٧٠٠
وهكذا كما في العمود الرابع من الجدول التالي.

مجموع (الرصدة×الوزن) أي مجموع العمود الرابع = ٩٧١.٨٥٠

من المعادلة ٥-٩:
المتوسط الحسابي الموزون = مجموع (الرصدة×الوزن) ÷ مجموع الأوزان
= ٩٧١.٨٥٠ ÷ ١٩ = ٥١.١٥٠ متر

نحسب الخطأ المتبقي لكل قياس = المتوسط الموزون - الرصدة
الخطأ المتبقي للرصدة رقم ١ = ٥١.١٥٠ – ٥١.١٢ = ٠.٠٣٠ متر
الخطأ المتبقي للرصدة رقم ٢ = ٥١.١٥٠ – ٥١.١٤ = ٠.٠١٠ متر

وهكذا كما في العمود الخامس من الجدول التالي.
نحسب مربع كل خطأ متبقي للقياسات:
مريع الخطأ المتبقي للرصدة رقم ١ = ٠.٠٣٠ × ٠.٠٣٠ = ٠.٠٠٠٩ متر مربع
مريع الخطأ المتبقي للرصدة رقم ٢ = ٠.٠١٠ × ٠.٠١٠ = ٠.٠٠٠٠١ متر مربع
وهكذا كما في العمود السادس من الجدول التالي.
نحسب حاصل ضرب (الخطأ المتبقي× الوزن):
للرصدة رقم ١ = ٠.٠٠٠٩ × ٦ = ٠.٠٠٥٤ متر
للرصدة رقم ٢ = ٠.٠٠٠١ × ٥ = ٠.٠٠٠٥ متر
وهكذا كما في العمود السابع من الجدول التالي.
نحسب مجموع حاصل ضرب (مربعات الأخطاء المتبقية × الوزن) أي مجموع العمود السابع
= ٠.٠١٥٤ متر مربع
نحسب تباين العينة = ٠.٠١٥٤ ÷ (٦-١)) = ٠.٠٠٣٠٨ متر مربع
نحسب الانحراف المعياري (المعادلة ١٢-١٠) = جذر (٠.٠٠٣٠٨) = ٠.٠٥٥ متر.

القيمة الأكثر احتمالا = المتوسط ± الانحراف المعياري = ٥١.١٥٠ ± ٠.٠١٣ متر.

م	القياسات y	الأوزان w	الرصدة × الوزن y.w	الفروق V	مربع الفروق v2	مربع الفروق × الوزن w.v2
1	51.12	6	306.72	0.030	0.000900	0.005400
2	51.14	5	255.70	0.010	0.000100	0.000500
3	51.18	3	153.54	-0.030	0.000900	0.002700
4	51.19	1	51.19	-0.040	0.001600	0.001600
5	51.22	1	51.22	-0.070	0.004900	0.004900
6	51.16	3	153.480	-0.010	0.00010	0.00030
العدد	6					
المجموع	307.01	19	971.85		0.00850	0.01540
المتوسط الموزون			51.150			
تباين المجتمع					0.001700	0.003080
الانحراف المعياري						0.055
الانحراف المعياري للمتوسط						0.013

بمقارنة نتائج هذا المثال بنتائج المثال السابق نجد أن:

- قيمة المتوسط الموزون (٥١.١٥٠ متر) تختلف عن قيمة المتوسط العادي (٥١.١٦٨ متر).
- قيمة الانحراف المعياري للمتوسط الموزون (± ٠.٠١٣ متر) أقل من قيمة الانحراف المعياري العادي (± ٠.٠١٥ متر).

يرجع السبب في هذه الاختلافات إلي أننا في المثال الأول قد تعاملنا مع كل الأرصاد بنفس قيمة الوزن أو الأهمية أو مقدار الثقة فيها، بينما في المثال الثاني استطعنا التفرقة بين الأرصاد الموثوق بها (صاحبة الوزن الكبير) والأرصاد قليلة الثقة أو قليلة الأهمية (صاحبة الوزن الصغير) مما يجعل قيمة المتوسط الموزون تكون أقرب للأرصاد الموثوق بها. وكذلك فأن قيمة الانحراف المعياري في المثال الثاني أقل من المثال الأول بسبب أن الأرصاد صغيرة الوزن لم تعد مؤثرة بدرجة كبيرة مما يقلل من قيمة التباين أو التشتت بين مجموعة الأرصاد ككل وهذا يؤدي لتحسن قيمة الانحراف المعياري للمتوسط.

مثال ٣:

تم إجراء ثلاثة خطوط ميزانية بين نقطتين فكانت الأرصاد كالتالي:

- الخط الأول: طول الخط = ١٧٠٠ متر ، فرق المنسوب = ٢٩.٤٩٢ متر
- الخط الثاني: طول الخط = ٩٠٠ متر ، فرق المنسوب = ٢٩.٤٤٠ متر
- الخط الثالث: طول الخط = ١٠٠٠ متر ، فرق المنسوب = ٢٩.٤٨٠ متر

أحسب القيمة الأكثر احتمالا لفرق المنسوب بين هاتين النقطتين.

من مبادئ أعمال الميزانية أن قيمة الخطأ ستزيد كلما زادت المسافة بين النقطتين بسبب أن رصد المسافات الطويلة سيستغرق وقتا أطول وتكون عدد وقفات الميزان أكثر مما يزيد من احتمالات حدوث أخطاء في عملية الرصد الحقلي. لذلك فأننا نأخذ الوزن بحيث أنه يتناسب عكسيا مع طول خط الميزانية، أي أن الخطوط الطويلة ستأخذ وزنا أقل من الخطوط القصيرة.

- وزن الخط الأول = ١ / ١٧٠٠ = ٠.٠٠٠٥٩
- وزن الخط الثاني = ١ / ٩٠٠ = ٠.٠٠١١١
- وزن الخط الثالث = ١ / ١٠٠٠ = ٠.٠٠١٠٠

المتوسط الموزون = (٠.٠٠٠٥٩×٢٩.٤٩٢) + (٠.٠٠١١١×٢٩.٤٤٠) + (٠.٠٠١٠٠×٢٩.٤٨٠) ÷ (٠.٠٠٠٥٩ + ٠.٠٠١١١ + ٠.٠٠١٠٠) = ٢٩.٤٦٦ متر

الخطأ المتبقي ١ = ٢٩.٤٦٦ - ٢٩.٤٩٢ = - ٠.٠٢٦ متر

الخطأ المتبقي ٢ = ٢٩.٤٦٦ - ٢٩.٤٤٠ = + ٠.٠٢٦ متر

الخطأ المتبقي ٣ = ٢٩.٤٦٦ - ٢٩.٤٨٠ = - ٠.٠١٤ متر

ونكمل باقي خطوات الحساب كما في الجدول التالي:

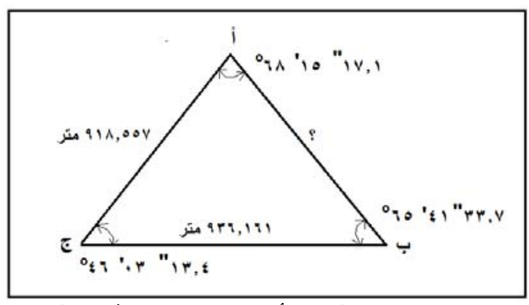
م	القياسات y	الأوزان w	الرصدة × الوزن y.w	الفروق v	مربع الفروق v2	مربع الفروق × الوزن w.v2
1	29.492	0.00059	0.017	-0.026	0.00067	0.000000
2	29.44	0.00111	0.033	0.026	0.00068	0.000001
3	29.48	0.00100	0.029	-0.014	0.00019	0.000000
العدد	6					
المجموع	88.412	0.002699	0.080		0.00154	0.000001
المتوسط الموزون			29.466			
تباين المجتمع					0.00031	0.0000003
الانحراف المعياري						0.001
الانحراف المعياري للمتوسط						0.010

القيمة الأكثر احتمالا لفرق المنسوب بين النقطتين: ٢٩.٤٤٦ ± ٠.٠١٠ متر.

٥-٤ ضبط الشبكات Network Adjustment

من مبادئ العمل المساحي إننا نقوم بقياس عدد من الأرصاد أكثر من العدد الفعلي المطلوب وذلك لكي يتوافر لدينا أرصاد زائدة Redundant Observations تمكننا من توفير فرصة للمراجعة و التحقيق الحسابي و فحص الأرصاد. فمثلا من الممكن أن نكتفي بقياس زاويتين في مثلث ونقوم بحساب الزاوية الثالثة لكننا في الواقع نقيس الزوايا الثلاثة حتى نتحقق من أن مجموعهم يساوي ١٨٠ درجة وبالتالي نتأكد من جودة القياسات ونستطيع أن نحدد قيمة الخطأ. وهنا تكون لدينا رصدة واحدة زائدة حيث أن عدد الأرصاد الفعلية للمثلث هو ٢ بينما عدد الأرصاد المقاسة هو ٣.

علي سبيل المثال إذا كان مطلوبا في الشكل التالي حساب طول ضلع المثلث أ ب وقمنا لرصد الزوايا الثلاثة للمثلث و تم قياس طول الضلعين الآخرين أ ج ، ب ج.



شكل (٥-٣) مثال للأرصاد الزائدة في مثلث

لحساب طول الضلع الثالث للمثلث يلزمنا ٣ أرصاد فقط بينما المتوفر ٥ أرصاد، لذلك يوجد عدة حلول مختلفة منها علي سبيل المثال:

من معادلة جيب الزاوية:
أ ب = ب ج جا ج / جا أ = ٧٢٥.٧٥٣ متر
أ ب = أ ج جا ج / جا ب = ٧٢٥.٧٥٩ متر
من معادلة جيب تمام الزاوية:
أب = جذر (ب ج ^{٢} + أ ج ^{٢} – ٢ ب ج × أ ج × جتا ج) = ٧٢٥.٩٥٣ متر

للتغلب علي مشكلة وجود عدة حلول (عدة احتمالات للقيمة المطلوبة) فتوجد أربعة أساليب:

(أ) اختيار أنسب مجموعة أرصاد من حيث الثقة فيهم (أدق ٣ قيم في المثال الحالي) وحساب قيمة الضلع المجهول منها. لكن عيب هذه الطريقة أننا سنهمل باقي الأرصاد ولن نستخدمها في الحسابات.

(ب) حساب القيمة المجهولة بإتباع كل الحلول و المعادلات المتاحة ثم حساب متوسط كل هذه الحلول. لكن هذه الطريقة تحتاج وقت أطول ومجهود أكبر بالطبع.

(ج) ضبط الأرصاد بصورة بسيطة (مثل ضبط قيم زوايا المثلث الثلاثة بحيث يساوي مجموعهم ١٨٠ درجة بالضبط) ثم الاعتماد علي الأرصاد المضبوطة أو المصححة في حساب

قيمة الكمية المطلوبة (الضلع الثالث في مثالنا الحالي). لكن يعيب هذه الطريقة أنها تحتاج مجهود كبير خاصة في الشبكات المساحية الضخمة ، لكنها قد تكون مناسبة للأعمال البسيطة مثل الترافرسات

(د) ضبط الأرصاد بالاعتماد علي شرط أو خاصية محددة أو بأسلوب معين مشروط. وهنا يأتي ما يسمي بضبط الشبكات Network Adjustment والذي له عدة طرق.

<u>٥-٥ الضبط بطريقة مجموع أقل المربعات Least-Squares Adjustment</u>

بخلاف الطرق التقريبية (أرجع للفصل السابق) فتوجد عدة طرق دقيقة لضبط الشبكات Network Adjustment مثل (١) طريقة أقل مجموع Least Sum والتي تعتمد علي ضبط الأرصاد بحيث يكون مجموع الأخطاء المتبقية أو الفروق Residuals أقل ما يمكن، (٢) طريقة مجموع أقل المربعات Least-Squares والتي تعتمد علي جعل مربعات الأخطاء المتبقية أقل ما يمكن. وهذه الطريقة الثانية هي الأشهر و الأكثر استخداما في أعمال المساحة و الجيوديسيا.

أثبتت الدراسات الرياضية و الإحصائية أن حل مجموعة من المعادلات - بحيث يكون مجموع مربعات الأخطاء المتبقية أقل ما يمكن – ينتج عنه أدق قيم العناصر المجهولة في هذه المعادلات. <u>الشرط الرئيسي للضبط بطريقة مجموع أقل المربعات أن لا تحتوي</u> الأرصاد (القياسات) الأصلية علي أي أخطاء منتظمة أو أغلاط أو أخطاء تراكمية، إنما فقط الأخطاء العشوائية. أي يجب معالجة الأخطاء المنظمة واكتشافها و إزالتها من الأرصاد قبل البدء في تنفيذ ضبط أقل مجموع مربعات.

يوجد أسلوبين لتنفيذ ضبط الشبكات في طريقة مجموع أقل المربعات:

<u>(أ) طريقة معادلات الرصد Observation Equations:</u>
يتم تكوين معادلة رياضية تربط بين القيمة المرصودة (الرصدة) والقيم المجهولة ، ثم يتم حل هذه المعادلات معا. كما تسمي هذه الطريقة أيضا باسم الضبط المباشر Parametric Adjustment حيث أن القيم المجهولة Parameters تظهر مباشرة في معادلات الرصد المطلوب حلها.

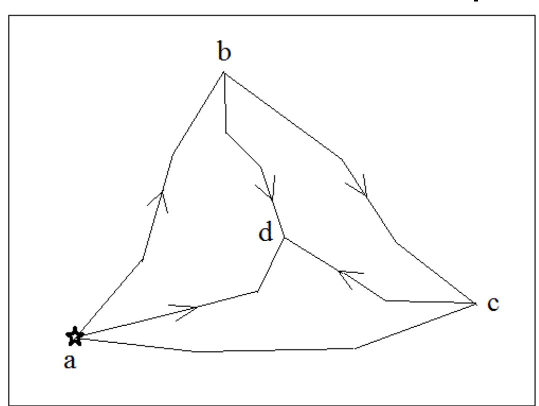
<u>(ب) طريقة معادلات الشرط Condition Equations:</u>

يتم تكوين معادلات شرطية بحيث تحقق كل معادلا منهم شرطا رياضيا معينا يجب تحقيقيه في الأرصاد المساحية، ثم يتم حل هذه المعادلات معا لحساب قيم العناصر المجهولة. وتسمي هذه الطريقة أيضا باسم الضبط الشرطي Conditional Adjustment.

في الأجزاء التالية سنتعرض لأمثلة تطبيقية لكلا من هاتين الطريقتين وكيفية تكوين و حل معادلاتهم.

٥-٥-١ ضبط أقل المربعات لمعادلات الرصد

الشكل التالي يمثل شبكة من أرصاد الميزانيات تربط بين ٤ روبيرات BM حيث تتكون هذه الشبكة من ٦ خطوط ميزانية، ونفترض أن منسوب النقطة a معلوم (سنفرضه = صفر متر في الحالة الحالية) في هذه الحلقة.



شكل (٥-٤) مثال لضبط شبكة ميزانيات

الجدول التالي يمثل قيم الأرصاد (فروق المناسيب في كل خط) وكذلك طول خطوط الميزانية:

م	خط الميزانية		فرق المنسوب (متر)	طول الخط (كم)
	من نقطة	إلي نقطة		
١	a	c	٦.١٦	٤
٢	a	d	١٢.٥٧	٢
٣	c	d	٦.٤١	٢
٤	a	d	١.٠٩	٤
٥	b	d	١١.٥٨	٢
٦	b	c	٥.٠٧	٤

المطلوب حساب قيم العناصر المجهولة التي تتمثل في منسوب النقاط b, c, d مع قيم الانحراف المعياري لكلا منهم.

في الخطوة الأولي نكون معادلات الرصد observation equations التي تربط بين الأرصاد الستة (فروق المناسيب) والقيم المجهولة الأربعة (المناسيب ذاتها). علما بأن عدد الأرصاد (يأخذ الرمز n) = ٦، وعدد المجاهيل أو القيم المجهولة (يأخذ الرمز u) = ٣، وبالتالي سيكون لدينا عدد المعادلات = عدد الأرصاد = n = ٦ كالتالي:

$\Delta H_1 = H_c - H_a$
$\Delta H_2 = H_d - H_a$
$\Delta H_3 = H_d - H_c$
$\Delta H_4 = H_b - H_a$
$\Delta H_5 = H_d - H_b$
$\Delta H_6 = H_c - H_b$

الآن سنعيد تنظيم (أو كتابة) كل معادلة بحيث تشمل العناصر المجهولة الثلاثة (بدلا من عنصرين فقط يتغيران من معادلة لأخرى)، وبالطبع سنضع القيمة صفر أمام العنصر الذي لا يظهر في المعادلة (سنضيف في المعادلات منسوب النقطة المعلومة a مجرد للحساب لاحقا):

$$\Delta H_1 = +0\,H_b \quad + \; H_c \quad +0\,H_d \quad - \; H_a$$
$$\Delta H_2 = +0\,H_b \quad -0\,H_c \quad + \; H_d \quad - \; H_a$$
$$\Delta H_3 = +0\,H_b \quad - \; H_c \quad + \; H_d \quad +0\,H_a$$
$$\Delta H_4 = + \; H_b \quad +0\,H_c \quad +0\,H_d \quad - \; H_a$$
$$\Delta H_5 = - \; H_b \quad +0\,H_c \quad + \; H_d \quad +0\,H_a$$
$$\Delta H_6 = - \; H_b \quad + \; H_c \quad +0\,H_d \quad +0\,H_a$$

في الخطوة التالية سنحول هذه المعادلات (الستة) إلي صورة المصفوفات Matrix (والمتجهات vectors وهي المصفوفة التي تتكون من عمود واحد أو صف واحد).

نضع قيم الأرصاد في متجه $\overline{L}$ (يسمي متجه الأرصاد vector of observations) يتكون من n (٦ في المثال الحالي) من الصفوف، يكتب $\overline{L}_{nx1}$ أي $\overline{L}_{6x1}$ في المثال الحالي:

$$\overline{L}_{nx1} = \begin{bmatrix} \Delta H_1 \\ \Delta H_2 \\ \Delta H_3 \\ \Delta H_4 \\ \Delta H_5 \\ \Delta H_6 \end{bmatrix}$$

ثم نضع قيم العناصر المجهولة في متجه X (يسمي متجهة العناصر المجهولة vector of unknown parameters) يتكون من u (٣ في المثال الحالي) من الصفوف، يكتب X_{ux1} أي X_{3x1} في المثال الحالي:

$$X_{ux1} = \begin{bmatrix} H_b \\ H_c \\ H_d \end{bmatrix}$$

الآن سنحسب قيم تقريبية للعناصر المجهولة (من الأرصاد نفسها) وباستخدام القيمة الثابتة لمنسوب النقطة الأولي a (منسوبها = صفر افتراضا) كالآتي:

$$H_b = H_a + \Delta H_4 = 0.0 + 1.09 = 1.09 \text{ m}$$
$$H_c = H_a + \Delta H_1 = 0.0 + 6.16 = 6.16 \text{ m}$$
$$H_d = H_a + \Delta H_2 = 0.0 + 12.57 = 12.57 \text{ m}$$

أي أن متجهة القيم المجهولة التقريبي X^o سيكون:

$$X^{o}_{ux1} = \begin{bmatrix} 1.09 \\ 6.16 \\ 12.57 \end{bmatrix}$$

نلاحظ أن عدد الأرصاد n أكبر من عدد المجاهيل u (٦ أرصاد في ٣ مجاهيل في المثال الحالي). الفرق بين هاتين القيمتين n – u هو ما يطلق عليه اسم درجات الحرية degree of freedom. بمعني أن شبكة الروبيرات الحالية تحتوي علي ٣ نقاط (روبيرات) مجهولة المنسوب، وكان يمكن رصد ٣ خطوط ميزانية فقط لحساب قيم مناسيب هذه الروبيرات الثلاثة (حالة أن n = u). لكن لن يكون هناك أي تحقيق حسابي check أن المناسيب المحسوبة تعد مناسيب دقيقة أم لا. فإذا رصدنا خط ميزانية رابع فسيصبح لدينا أكثر من حل، وهكذا إذا رصدنا خط ميزانية خامس. أي أن في المثال الحالي يتوافر لدينا عدد درجات حرية = ٦ – ٣ = ٣. هنا يأتي دور طريقة الضبط بأقل مجموع مربعات حيث أن نتائج هذه الطريقة تقدم لنا "أفضل أو أدق" الحلول الممكنة. كلما زاد عدد درجات الحرية كلما كان ذلك أفضل في العمل المساحي و الجيوديسي بصفة عامة.

في الخطوة التالية سنقوم بحساب قيم تقريبية للأرصاد (من القيم التقريبية للعناصر المجهولة للمتجهة التقريبي L^o كالآتي:

$\Delta H^o_1 = H^0_c – H_a = 6.16 – 0.0 = 6.16$ m
$\Delta H^o_2 = H^0_d – H_a = 12.57 – 0.0 = 12.57$ m
$\Delta H^o_3 = H^0_d – H^o_c = 12.57 – 6.16 = 6.41$ m
$\Delta H^o_4 = H^0_b – H_a = 1.09 – 0.0 = 1.09$ m
$\Delta H^o_5 = H^0_d – H^o_b = 12.57 – 1.09 = 11.48$ m
$\Delta H^o_6 = H^0_c – H^o_b = 6.16 – 1.09 = 5.07$ m

ثم سنحسب قيم متجهة الأخطاء المتبقية (Residual Vector) W والذي يتكون من n (٦ في المثال الحالي) من الصفوف، يكتب W_{nx1} أي W_{6x1} في المثال الحالي، وهو الفرق بين متجه الأرصاد الأصلية ومتجهة الأرصاد التقريبية:

$$W_{6x1} = L^o_{6x1} - L_{6x1}$$

$$W = \begin{bmatrix} 6.16 \\ 12.57 \\ 6.41 \\ 1.09 \\ 11.48 \\ 5.07 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6.16 \\ 12.57 \\ 6.41 \\ 1.09 \\ 11.58 \\ 5.07 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ -0.10 \\ 0.00 \end{bmatrix} \text{ m}$$

ثم نضع قيم معاملات معادلات الأرصاد في مصفوفة A (تسمي مصفوفة المعاملات Coefficients Matrix) تتكون من n من الصفوف (٦ في المثال الحالي) و u من الأعمدة (٣ في المثال الحالي)، تكتب A_{nxu} أي A_{6x3} في المثال الحالي:

$$A_{6x3} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{unitless}$$

لاحظ أن المصفوفة A ليس لها وحدات Unitless لأن جميع عناصرها مجرد معاملات ليس لها أية وحدات.

نأتي الآن لتكوين مصفوفة التباين Variance-Covariance Matrix و مصفوفة الوزن Weight Matrix.

تتكون مصفوفة التباين Σ من n من الصفوف و n من الأعمدة، و يتكون قطر المصفوفة diagonal من قيم التباين variance لكل رصدة من الأرصاد الأصلية، بينما يتواجد خارج القطر off-diagonal قيم الارتباط بين كل رصدة والأرصاد الأخرى. إذا لم يكن لدينا معلومات عن الارتباط بين الأرصاد (قيم العناصر خارج القطر = صفر) فأن مصفوفة الارتباط ستكون مصفوفة قطرية Diagonal Matrix أي تحتوي قيم في القطر فقط والباقي أصفار. في شبكات الميزانيات – غالبا – نأخذ التباين لكل خط ميزانية يساوي طول الخط نفسه، أي أن مصفوفة التباين للمثال الحالي ستكون:

$$\Sigma_{6x6} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \text{cm}^2$$

لاحظ أننا اخترنا أو فرضنا وحدات مصفوفة التباين لتكون بالسنتيمتر المربع حتى تكون متناسبة مع دقة الأرصاد الأصلية حيث أن قيم الأرصاد (القياسات) كانت لأقرب سنتيمتر. لاحظ أيضا أن وحدات بالسنتيمتر المربع لأنها وحدات تباين variance وليس وحجات انحراف معياري. لكن لأن جميع الحسابات و المصفوفات ستتم بوحدات المتر (وحدات القياسات) فيجب أن نحول هذه المصفوفة أيضا إلي وحدات المتر. يمكن لإتمام هذا التحويل (من سم^{٢} إلي م^{٢}) أن نضرب المصفوفة كلها في ٠.٠٠٠١ (أو ١٠$^{-٤}$) لتصبح:

$$\Sigma_{6x6} = 10^{-4} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \text{m}^2$$

ثم نحدد وزن (مؤشر الدقة) لكل رصدة من الأرصاد الأصلية (القياسات الحقلية). في شبكات الميزانيات يكون الخطأ المتوقع في أي خط ميزانية يتناسب تناسبا طرديا مع طول الخط ذاته، بمعني إذا كان خط الميزانية طويلا فنتوقع أن يحدث به خطأ أكبر من الخط القصير. لذلك نأخذ الوزن – في شبكات الميزانية – يساوي مقلوب التباين لكل رصدة. نكون مصفوفة الوزن Weight Matrix والتي تتكون من n من الصفوف و n من الأعمدة P_{nxn} (أي P_{6x6} في المثال الحالي) كالتالي:

$$P_{6x6} = 10^{-4} \begin{bmatrix} 1/4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/4 \end{bmatrix} \; 1/m^2$$

العلاقة بين الوزن و التباين هي علاقة عكسية، بمعني أن لأي رصدة:

$$P_i = 1 / \sigma^2_i$$

وبدلا من قيمة ١ (في البسط) من الممكن أن نكتب أن:

$$P_i = constant / \sigma^2_i$$

حيث σ^2_i هو تباين الرصدة variance للرصدة رقم i (حيث σ_i هو الانحراف المعياري لها). والرقم الثابت هو ما نطلق عليه اسم تباين الوزن المتساوي variance of unit weight، بمعني أن هذه القيمة ستكون ثابتة لجميع الأرصاد التي لها نفس الوزن، ويأخذ الرمز σ_o^2. أي أن:

$$P_i = \sigma_o^2 / \sigma^2_i$$

غالبا فنحن نفرض قيمة لتباين الوزن المتساوي σ_o^2 (ثم نحسب القيمة المضبوطة له من نتائج عملية الضبط ذاتها). لذلك من الممكن – في المثال الحالي – أن نأخذ σ_o^2 = ١٠^-٤ بحيث نعيد كتابة مصفوفة الوزن كالتالي:

$$P_{6x6} = \begin{bmatrix} 1/4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/4 \end{bmatrix} \; 1/m^2$$

في الخطوة التالية نحسب مصفوفة جديدة تسمي مصفوفة المعادلات الأصولية Normal Equation Matrix وهي مصفوفة حاصل ضرب كلا من مدور Transposeمصفوفة المعاملات في مصفوفة الوزن في مصفوفة المعاملات نفسها:

$$N = A^T P A$$

i.e.,

$$N_{uxu} = A^T_{uxn} P_{nxn} A_{nxu}$$

أي أن مصفوفة المعادلات الأصولية ستتكون من u من الصفوف و u من الأعمدة (٣×٣ في المثال الحالي).

$$N = A^T P A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$N = \begin{bmatrix} 1.00 & -0.25 & -0.50 \\ -0.25 & 1.00 & -0.50 \\ -0.50 & -0.50 & 1.50 \end{bmatrix}$$

نلاحظ أن المصفوفة N مصفوفة متماثلة Symmetric Matrix ، بمعني أن العنصر في الصف الأول والعمود الثاني = العنصر في العمود الأول و الصف الثاني، والعنصر في الصف الأول و العمود الثالث = العنصر في العمود الأول والصف الثالث ، ... وهكذا.

$$P_{6x6} = \begin{bmatrix} 1/4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/4 \end{bmatrix} 1/m^2$$

في الخطوة التالية نحسب متجه جديد يسمي متجه المعادلات الأصولية Normal Equation Vector وهو حاصل ضرب كلا من مدور Transposeمصفوفة المعاملات في مصفوفة الوزن في متجه الأخطاء المتبقية:

$U = A^T P W$

i.e.,

$U_{ux1} = A^T_{uxn} P_{nxn} W_{nx1}$

أي أن متجه المعادلات الأصولية سيتكون من u من الصفوف وعمود واحد (٣×١ في المثال الحالي).

$$U = A^T P W = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ -0.10 \\ 0.00 \end{bmatrix}$$

$$U = \begin{bmatrix} 0.05 \\ 0.00 \\ -0.05 \end{bmatrix}$$

الآن سنضع المعادلة الأساسية لطريقة ضبط أقل المربعات وهى المسماة بنظام المعادلات الأصولية Normal Equation System:

$$(A^T P A) X^{\wedge} + (A^T P W) = 0$$

i.e.,

$$N X^{\wedge} + U = 0$$

حيث $X^{\wedge}$ يمثل متجه القيم المضبوطة لفرق العناصر المجهولة عن قيمتها التقريبية التي بدأنا بها:

أما حل هذه المعادلة فيكون:

$$X^{\wedge} = - N^{-1} U$$

حيث الرمز -١ يمثل مقلوب المصفوفة inverse of the matrix (الذي إذا ضرب في المصفوفة يكون الناتج مصفوفة الوحدة). ففي المثال الحالي:

$$N^{-1} = \begin{bmatrix} 1.6 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 1.6 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 1.2 \end{bmatrix}$$

لاحظ أن N^{-1} مصفوفة متماثلة أيضا مثل N نفسها.
ويكون متجه القيم المضبوطة لفرق العناصر المجهولة كالتالي:

$$X^{\wedge} = \begin{bmatrix} -0.04 \\ 0.00 \\ 0.02 \end{bmatrix} \text{ m}$$

أما قيم العناصر المجهولة المضبوطة فتكون حاصل جمع المتجه الأخير مع متجهة القيم التقريبية للعناصر المجهولة:

$$\overline{X} = X^{o} + X^{\wedge}$$

$$\overline{X} = X^{o} + X^{\wedge} = \begin{bmatrix} 1.09 \\ 6.16 \\ 12.57 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.04 \\ 0.00 \\ 0.02 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.05 \\ 6.16 \\ 12.59 \end{bmatrix} \text{ m}$$

أما القيم المضبوطة للأخطاء المتبقية فيمكن حسابها كالتالي:

$$V^{\wedge} = A X^{\wedge} + W$$

$$V^{\wedge} = A X^{\wedge} + W = \begin{bmatrix} 0.00 \\ 0.02 \\ 0.02 \\ -0.04 \\ -0.04 \\ 0.04 \end{bmatrix} \text{ m}$$

كما يمكن حساب القيم المضبوطة للأرصاد (القياسات) كالتالي:

$$\overline{L} = L + V^{\wedge}$$

$$\overline{L} = L + V^{\wedge} = \begin{bmatrix} 6.16 \\ 12.57 \\ 6.41 \\ 1.09 \\ 11.58 \\ 5.07 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.00 \\ 0.02 \\ 0.02 \\ -0.04 \\ -0.04 \\ 0.04 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.16 \\ 12.59 \\ 6.43 \\ 1.05 \\ 11.54 \\ 5.11 \end{bmatrix} \text{ m}$$

ويتم حساب القيمة المضبوطة لمعامل التباين Adjusted Variance Factor كالتالي:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \hat{V}^T \; P \; \hat{V} \; / \; (n - u)$$

$$= \begin{bmatrix} 0.00 & 0.02 & 0.02 & -0.04 & -0.04 & 0.04 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.00 \\ 0.02 \\ 0.02 \\ -0.04 \\ -0.04 \\ 0.04 \end{bmatrix} / (6 - 3)$$

$$= 0.002 / (6 – 3) = 6.7 \times 10^{-4}$$

أما مصفوفة التباين المضبوط بين العناصر المجهولة-Adjusted Variance Covariance Matrix of Adjusted Parameters فيتم حسابها كالتالي:

$$\hat{\Sigma}_{\overline{X}} = \hat{\sigma}_0^2 \; N^{-1}$$

$$= 6.7 \times 10^{-4} \begin{bmatrix} 1.6 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 1.6 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 1.2 \end{bmatrix}$$

$$= 10^{-4} \begin{bmatrix} 10.67 & 5.33 & 5.33 \\ 5.33 & 10.67 & 5.33 \\ 5.33 & 5.33 & 8.00 \end{bmatrix}$$

إذا أردنا حساب قيمة الانحراف المعياري المضبوط لقيم العناصر المجهولة فنأخذ الجذر التربيعي لعناصر القطر (قيم التباين) لهذه المصفوفة.

$$\sigma H_b = \sqrt{10^{-4} \times 10.67} = 3.27 \text{ cm}$$

$$\sigma H_b = \sqrt{10^{-4} \times 10.67} = 3.27 \text{ cm}$$

$$\sigma H_d = \sqrt{10^{-4} \times 8.00} = 2.83 \text{ cm}$$

وبالتالي فأن القيم المضبوطة للعناصر المجهولة (مناسيب الروبيرات الثلاثة) تكون كالتالي:

- منسوب الروبير a = ١.٠٥ ± ٠.٠٣٢٧ متر
- منسوب الروبير b = ٦.١٦ ± ٠.٠٣٢٧ متر
- منسوب الروبير c = ١٢.٥٩ ± ٠.٠٢٨٣ متر

في الخطوة الأخيرة من خطوات الضبط من الممكن أن نحسب مصفوفة التباين المضبوط للأرصاد المضبوطة Adjusted Variance-Covariance Matrix of Adjusted Observations (في حالة الحاجة إليها) كالتالي:

$$\hat{\Sigma}_{\bar{L}} = A \ \hat{\Sigma}_{\bar{X}} \ A^T$$

$$\hat{\Sigma}_{\bar{L}} = 10^{-4} \begin{bmatrix} 10.67 & 5.33 & -5.33 & 5.33 & 0.00 & 5.33 \\ 5.33 & 8.00 & 2.67 & 5.33 & 2.67 & 0.00 \\ -5.33 & 2.67 & 8.00 & 0.00 & 2.67 & -5.33 \\ 5.33 & 5.33 & 0.00 & 10.67 & -5.33 & -5.33 \\ 0.00 & 2.67 & 2.67 & -5.33 & 8.00 & 5.33 \\ 5.33 & 0.00 & -5.33 & -5.33 & 5.33 & 10.67 \end{bmatrix}$$

من الممكن أن نستخدم هذه المصفوفة في حساب الانحراف المعياري للأرصاد المضبوطة في حالة أن هذه الأرصاد ستدخل في حسابات شبكة روبيرات أخري مجاورة للشبكة الحالية.

٢-٥-٥ ضبط أقل المربعات للمعادلات غير الخطية

تعتمد نظرية أو طريقة ضبط أقل مجموع المربعات - في أساسها - علي المعادلات الرياضية الخطية فقط Linear Equations. في المثال السابق كانت معادلات الرصد من النوع الخطي (الدرجة الأولي وبدون أية أسس رياضية) وهذه هي الحالة العامة لشبكات الروبيرات و شبكات الجاذبية الأرضية وحتى شبكات الجي بي أس. ففي شبكات الجي بي أس تكون الأرصاد هي فروق الإحداثيات بين طرفي كل خط قاعدة base line بينما تكون العناصر المجهولة هي إحداثيات طرفي خط القاعدة، أي أن معادلات الرصد الثلاثة لكل خط قاعدة تكون:

$$\Delta X = X_2 - X_1$$
$$\Delta Y = Y_2 - Y_1$$
$$\Delta Z = Z_2 - Z_1$$

أي أنها معادلات خطية.

لكن هناك الكثير من التطبيقات المساحية التي بها تكون العلاقة الرياضية بين الأرصاد و العناصر المجهولة (المطلوب حسابها) ليست علاقة خطية من الدرجة الأولي. ولتطبيق طريقة ضبط مجموع أقل مربعات يجب تحويل هذه العلاقة (معادلة الرصد) إلي النوع الخطي وهذه العملية تسمي **التحويل الخطي أو Linearization**. تتم عملية التحويل الخطي من خلال تطبيق ما يعرف بمجموعة امتدادات تايلور Taylor expansion series، لأي معادلة غير خطية F في المجهول X فيمكن تحويلها لمعادلة خطية من خلال:

$$F(X) = a_0 + a_1 (x-x_o) + a_2 (x-x_o)^2 + a_3 (x-x_o)^3 + \ldots\ldots$$

where,

$a_0 = F (x_0)$
$a_1 = \delta F (X) / \delta X$
$a_2 = 0.5 (\delta^2 F (X) / \delta^2 X)$
$a_3 = (1/6) (\delta^3 F (X) / \delta^3 X)$

أي أن الصورة الخطية للمعادلة (غير الخطية) تتكون من حاصل جمع مجموعة من العناصر حيث العنصر الأول هو قيمة المعادلة نفسها عند القيمة التقريبية للعنصر x_0 والعنصر الثاني عبارة عن التفاضل الأول للمعادلة بالنسبة للعنصر المجهول X والعنصر الثالث هو نصف التفاضل الثاني للمعادلة .... وهكذا.

بالطبع فأن تطبيق نظرية تايلور سيكون معقدا ويحتاج لخطوات حسابية كثيرة، ولذلك فأن عملية التحويل الخطي Linearization في الضبط المساحي تكتفي بحساب أول عنصرين فقط من عناصر النظرية. ونتيجة إهمال باقي العناصر فستكون قيمة المتجه المضبوط للعناصر المجهولة $X^{\wedge}$ غير دقيقة ولذلك سنستعمل هذا المتجهة – مرة أخري – كما لو كان هو متجه القيم التقريبية X^{o} ثم نعيد خطوات الضبط مرة أخري (وخاصة قيمة متجه الأخطاء المتبقية W). وتستمر هذه العملية التكرارية iteration عدة مرات حتى يكون الفرق (في قيمة $X^{\wedge}$) بين تكرارين متتاليين قيمة صغيرة جدا فنأخذ قيمة المتجه $X^{\wedge}$ الأخير ليكون هو النتيجة النهائية لقيم العناصر المجهولة (لاحظ أننا لا نحتاج للعملية التكرارية في حل المعادلات الخطية).

أمثلة للمعادلات غير الخطية في المساحة و الجيوديسيا:

١- معادلة المسافة المقاسة بين نقطتين:

المعادلة الأصلية غير الخطية:

$$D_{jk} = \sqrt{ [(X_k - X_j)^2 + (Y_k - Y_j)^2] }$$

حيث: D_{jk} المسافة (الرصدة) بين النقطة المعلومة الإحداثيات j والنقطة المجهولة الإحداثيات k، أي أن العناصر المجهولة هنا ستكون إحداثيات النقطة الثانية (X_k , Y_k).

المعادلة الخطية بالنسبة للاحداثي X للنقطة k (أي العنصر في مصفوفة المعاملات A المقابل للمجهول X_k):

$$\delta D_{jk} / \delta X_k = (X^o_k - X_j) / D_{jk}$$

المعادلة الخطية بالنسبة للاحداثي Y للنقطة k (أي العنصر في مصفوفة المعاملات A المقابل للمجهول Y_k):

$$\delta D_{jk} / \delta Y_k = (Y^o_k - Y_j) / D_{jk}$$

حيث:

(X^o_k , Y^o_k) الإحداثيات التقريبية للنقطة المجهولة K
(X_j , Y_j) الإحداثيات الحقيقية للنقطة المعلومة J
D_{jk} المسافة المقاسة بين النقطتين.

٢- معادلة الانحراف المقاس بين نقطتين:
المعادلة الأصلية غير الخطية:

$$\alpha = \tan^{-1} [(X_k - X_j) / (Y_k - Y_j)]$$

حيث: α الانحراف المقاس (الرصدة) بين النقطة المعلومة الإحداثيات j والنقطة المجهولة الإحداثيات k، أي أن العناصر المجهولة هنا ستكون إحداثيات النقطة الثانية (X_k , Y_k).

المعادلة الخطية بالنسبة للاحداثي X للنقطة k (أي العنصر في مصفوفة المعاملات A المقابل للمجهول X_k):

$$\delta \alpha / \delta X_k = (Y^o_k - Y_j) / (d^o_{jk})^2$$

المعادلة الخطية بالنسبة للاحداثي Y للنقطة k (أي العنصر في مصفوفة المعاملات A المقابل للمجهول Y_k):

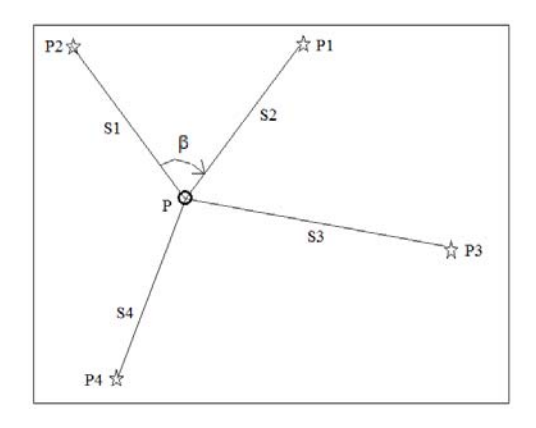
$$\delta \alpha / \delta Y_k = - (X^o_k - X_j) / (d^o_{jk})^2$$

حيث:
(X^o_k , Y^o_k) الإحداثيات التقريبية للنقطة المجهولة K
(X_j , Y_j) الإحداثيات الحقيقية للنقطة المعلومة J

$$d^o_{jk} = (X^o_k - X_j)^2 + (Y^o_k - Y_j)^2$$

مثال لضبط الأرصاد غير الخطية:

في الشكل التالي تم قياس ٤ مسافات أفقية (المسافات S1, S2, S3, S4) من النقاط المعلومة P1, P2, P3, P4 إلي النقطة المجهولة P (المطلوب حساب إحداثياتها) كما تم قياس الزاوية الأفقية P1 P P2:



شكل (٥-٥) مثال لضبط الأرصاد غير الخطية

كانت القياسات (الأرصاد) كالتالي:

م	الرصدة	القيمة	الانحراف المعياري
١	S1	٢٤٤.٥١٢ متر	± ٠.٠١٢ متر
٢	S2	٣٢١.٥٧٠ متر	± ٠.٠١٦ متر
٣	S3	٧٧٣.١٥٤ متر	± ٠.٠٣٨ متر
٤	S4	٢٧٩.٩٩٢ متر	± ٠.٠١٤ متر
٥	β	١٢٣° ٣٨' ١.٤"	± ٢"

كانت القيم المعلومة لإحداثيات نقاط الثوابت الأرضية كالتالي:

نقطة رقم	الاسم	X (meter)	Y (meter)
١	P1	٨٤٢.٢٨١	٩٢٥.٥٣٢
٢	P2	١٣٣٧.٥٤٤	٩٩٦.٢٤٩
٣	P3	١٨٣١.٧٢٧	٧٢٣.٩٦٢
٤	P4	٨٤٠.٤٠٨	٦٥٨.٣٤٥

أما القيم التقريبية لإحداثيات النقطة المجهولة P فيمكن اعتبارها كالتالي:

$X^o = 1062.2$ m
$Y^o = 825.2$ m

عدد الأرصاد		٥ = n
عدد القيم المجهولة		٢ = u
درجات الحرية		٣ = ٢ – ٥ = df (n –u)
متجه الأرصاد:

$$\overline{L} = \begin{bmatrix} S1 \\ S2 \\ S3 \\ S4 \\ \beta \end{bmatrix}$$

متجه العناصر المجهولة:

$$\overline{X} = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}$$

معادلات الأرصاد الأصلية غير الخطية (مع ملاحظة أن الزاوية المقاسة هي الفرق بين الاتجاه الأفقي P P2 و الاتجاه الأفقي P P1) :

$$S1 = [(X_1 - X)^2 + (Y_1 - Y)^2)]^{0.5}$$
$$S2 = [(X_2 - X)^2 + (Y_2 - Y)^2)]^{0.5}$$
$$S3 = [(X_3 - X)^2 + (Y_3 - Y)^2)]^{0.5}$$
$$S4 = [(X_4 - X)^2 + (Y_4 - Y)^2)]^{0.5}$$
$$\beta = \tan^{-1} [(X_2 - X) / (Y_2 - Y)] - \tan^{-1} [(X_1 - X) / (Y_1 - Y)]$$

مصفوفة المعاملات A (التي ستحتوي معاملات الأرصاد بعد تحويلها إلي الصورة الخطية) ستكون:

$$A = \begin{bmatrix} \delta S1 / \delta X & \delta S1 / \delta Y \\ \delta S2 / \delta X & \delta S1 / \delta Y \\ \delta S3 / \delta X & \delta S1 / \delta Y \\ \delta S4 / \delta X & \delta S1 / \delta Y \\ \delta \beta / \delta X & \delta \beta / \delta Y \end{bmatrix}$$

سيتم حساب قيم معاملات المصفوفة A بالتعويض: $X = X^o$ و $Y = Y^o$. كما سيتم حساب القيم التقريبية للأرصاد بالتعويض المباشر في معادلات الرصد (غير الخطية) مع استخدام القيم التقريبية لإحداثيات النقطة المجهولة:

$$S1^o = [(X_1 - X^o)^2 + (Y_1 - Y^o)^2)]^{0.5} = 244.454 \text{ m}$$
$$S2^o = [(X_2 - X^o)^2 + (Y_2 - Y^o)^2)]^{0.5} = 321.604 \text{ m}$$
$$S3^o = [(X_3 - X^o)^2 + (Y_3 - Y^o)^2)]^{0.5} = 773.184 \text{ m}$$
$$S4^o = [(X_4 - X^o)^2 + (Y_4 - Y^o)^2)]^{0.5} = 279.950 \text{ m}$$
$$\beta = \tan^{-1} [(X_2 - X^o) / (Y_2 - Y^o)] - \tan^{-1} [(X_1 - X^o) / (Y_1 - Y^o)]$$
$$= 123^0\ 38'\ 19.87''$$

و بذلك سيكون متجه الأخطاء المتبقية:

$$W = L^0 - L = \begin{bmatrix} 244.454 \\ 321.604 \\ 773.184 \\ 279.950 \\ 19.87'' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 244.512 \\ 321.570 \\ 773.154 \\ 279.992 \\ 01.40'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.058 \\ 0.034 \\ 0.030 \\ -0.042 \\ 18.47'' \end{bmatrix}$$

ولحساب معاملات المصفوفة A:

$$\delta S_1 / \delta X = (X_1 - X^o) / S_1^o = 0.911907$$
$$\delta S_1 / \delta Y = (Y_1 - Y^o) / S_1^o = -0.410397$$

$$\delta S_2 / \delta X = (X_2 - X^o) / S_2^o = -0.846831$$
$$\delta S_2 / \delta Y = (Y_2 - Y^o) / S_2^o = -0.531862$$

$$\delta S_3 / \delta X = (X_3 - X^o) / S_3^o = -0.991291$$
$$\delta S_3 / \delta Y = (Y_3 - Y^o) / S_3^o = 0.130937$$

$$\delta S_4 / \delta X = (X_4 - X^o) / S_4^o = 0.802972$$
$$\delta S_4 / \delta Y = (Y_4 - Y^o) / S_4^o = 0.596017$$

$$\delta\beta/\delta X = [(Y_1 - Y^o) / (S_1^o)^2] - [(Y_2 - Y^o) / (S_2^o)^2] = 2.505347 \times 10^{-5} \text{ m}$$
$$\delta\beta/\delta Y = [(X_1 - X^o) / (S_1^o)^2] - [(X_2 - X^o) / (S_2^o)^2] = 6.363532 \times 10^{-3} \text{ m}$$

حيث أن وحدات السطر الأخير من المصفوفة A بالمتر بينما وحدات السطر الأخير من المتجه W بوحدات الثانية، فيجب ضرب السطر الأخير من A في الرقم ٢٠٦٢٦٤.٨ (رقم ثابت يعادل قيمة مقلوب جا ١").

بذلك فتكون مصفوفة المعاملات A كالتالي:

$$A = \begin{bmatrix} 0.911907 & -0.410397 \\ -0.846831 & -0.531862 \\ -0.991391 & 0.130937 \\ 0.802972 & 0.596017 \\ 5.16765 & 1312.574 \end{bmatrix}$$

يتم تكوين مصفوفة التباين للأرصاد الأصلية بحيث تتكون عناصر قطرها من التباين (مربع الانحراف المعياري) للأرصاد:

$$\Sigma_{\bar{L}} = \begin{bmatrix} (0.012)^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (0.016)^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (0.038)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (0.014)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (2)^2 \end{bmatrix}$$

و بفرض أن قيمة σ^2_o = ١ فأن مصفوفة الوزن ستكون كالتالي:

$$P = \begin{bmatrix} 1/(0.012)^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/(0.016)^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/(0.038)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/(0.014)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/(2)^2 \end{bmatrix}$$

نقوم بتكوين نظام المعادلات الأصولية:

$$N = A^T P A = \begin{bmatrix} 12553.01962 & 3208.04304 \\ 3208.04304 & 434811.54111 \end{bmatrix}$$

$$U = A^T P W = \begin{bmatrix} -649.618710 \\ 6031.984978 \end{bmatrix}$$

ويكون متجه القيم المضبوطة لفرق قيمة المجاهيل عن قيمتها التقريبية:

$$\hat{X} = -N^{-1} U = \begin{bmatrix} 0.055400 \\ -0.014281 \end{bmatrix} \text{ m}$$

وبذلك فأن متجه القيم المضبوطة للمجاهيل (الحل) فيكون:

$$\bar{X} = X^{o} + \hat{X} = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10965.2554 \\ 825.1867 \end{bmatrix} \text{ m}$$

أما متجه القيم المضبوطة للأخطاء المتبقية فيكون:

$$\hat{V} = A\hat{X} + W = \begin{bmatrix} 0.00197 \text{ m} \\ 0.00550 \text{ m} \\ 0.02726 \text{ m} \\ 0.00597 \text{ m} \\ -0.27'' \end{bmatrix}$$

أما متجه القيم المضبوطة للأرصاد فيكون:

$$\bar{L} = L + \hat{V} = \begin{bmatrix} 244.510 \text{ m} \\ 321.564 \text{ m} \\ 773.127 \text{ m} \\ 279.986 \text{ m} \\ 123^{\circ} 38' 01.13'' \end{bmatrix}$$

ويتم حساب القيمة المضبوطة لمعامل التباين Adjusted Variance Factor كالتالي:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \hat{V}^T P \hat{V} / (n - u)$$
$$= 0.8436 / 3 = 0.2812$$

أما مصفوفة التباين المضبوط بين العناصر المجهولة-Adjusted Variance Covariance Matrix of Adjusted Parameters فيتم حسابها كالتالي:

$$\hat{\Sigma}_{\bar{X}} = \sigma_0^2 N^{-1} = 0.2812 \begin{bmatrix} 79.81 & -0.59 \\ -0.59 & 2.304 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22.44 & -0.17 \\ -0.17 & 0.65 \end{bmatrix}$$

إذا أردنا حساب قيمة الانحراف المعياري المضبوط لقيم العناصر المجهولة فنأخذ الجذر التربيعي لعناصر القطر (قيم التباين) لهذه المصفوفة.

$\hat{\sigma}_X = \sqrt{22.44} = 4.74$ mm

$\hat{\sigma}_Y = \sqrt{0.65} = 0.81$ mm

وبالتالي فأن القيم المضبوطة للعناصر المجهولة (إحداثيات نقطة P) تكون كالتالي:

X = 10965.2554 ± 0.00474 m

Y = 825.1867 ± 0.0081 m

٣-٥-٥ ضبط أقل المربعات لمعادلات الشرط

تعتمد هذه الطريقة من طرق ضبط مجموع أقل المربعات علي تحقيق مجموعة من الشروط conditions أو القيود constrains علي الأرصاد. يكون عدد هذه الشروط مساويا لعدد الأرصاد الزائدة عن الحاجة redundant observations المتوفرة بمجموعة الأرصاد. فعلي سبيل المثال يمكن حل أي مثلث مستوي إذا عرفنا ٣ أرصاد به (زاويتين وضلع أو ضلعين و زاوية ... الخ) وهذا ما نسميه الأرصاد المحتاجين إليها أو الأرصاد الضرورية necessary observations، فإذا رصدنا الرصدة الرابعة (الزاوية الثالثة مثلا) فستكون رصدة زائدة عن الحاجة وبالتالي سيكون هناك شرط أو قيد (تحقيق حسابي) يجب تحقيقه (مجموع زوايا المثلث يجب أن تساوي ١٨٠°). يختلف عدد الأرصاد الضرورية (الأرصاد المحتاجين إليها) طبقا لنوع العمل المساحي نفسه (ترافرس، ميزانية، مثلثات .... الخ). القاعدة العامة أن:

$$r = df = n - n_{nec} = n - u$$

حيث:

- r عدد الشروط المستقلة independent conditions
- df درجات الحرية
- n عدد الأرصاد
- n_{nec} عدد الأرصاد الضرورية
- u عدد القيم المجهولة

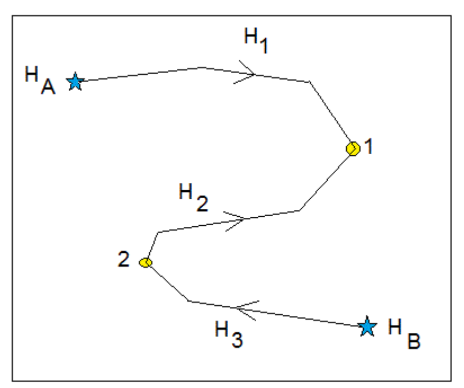
تجدر الإشارة إلي أن معادلات الشروط (أو الاشتراطات) تتكون من الأرصاد فقط و لا تدخل في تكوينها القيم المجهولة المطلوب حسابها. وعند تنفيذ طريقة الضبط الشرطي Conditional Adjustment يتم أولا تحقيق هذه الاشتراطات للحصول علي الأرصاد المضبوطة ثم في الخطوة التالية يتم حساب قيم العناصر المجهولة.

أمثلة للمعادلات الشرطية في العمل المساحي:

يعتمد تكوين معادلات الشرط علي طبيعة العمل المساحي وعلي توزيع الأرصاد ذاتها في الشبكة، أي أنه لا يوجد طريقة آلية لتكوين معادلات الشروط وعلي الراصد أن يكونها بنفسه في كل عمل مساحي يقوم بتنفيذه (بعكس طريقة معادلات الرصد التي يمكن تكوينها آليا بسهولة). سنقدم هنا بعض أمثلة لكيفية تكوين معادلات الاشتراطات:

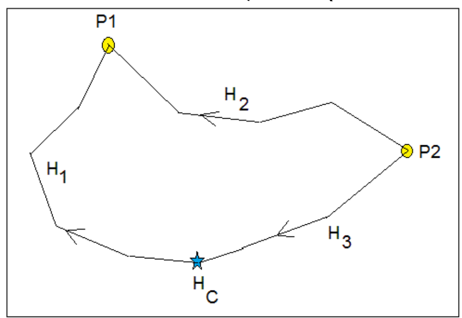
(أ) في شبكات الروبيرات:

في حالة خط ميزانية معلوم منسوب روبير BM بدايته و نهايته (أنظر الشكل) فأن مجموع فروق المناسيب للخطوط (مع مراعاة الإشارات) يجب أن يساوي فرق المنسوب بين الروبيرين، أي أن معادلة الشرط تكون:



$$H_1 - H_2 - H_3 + (H_B - H_A) = 0$$

في حالة حلقة خطوط ميزانية (أنظر الشكل) فأن معادلة الشرط تنص علي أن المجموع الجبري لفروق الميزانية (مع مراعاة الإشارات) يساوي صفر:

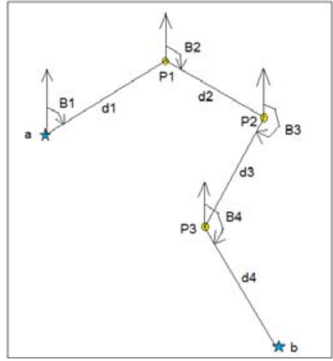


$$H_1 - H_2 + H_3 = 0$$

يمكن استنتاج أن معادلات الشرط في شبكات الميزانية تكون من النوع الخطي (معادلات درجة أولي)، وكذلك ستكون حالة شبكات الجاذبية الأرضية و شبكات الجي بي أس.

(ب) في شبكات الترافرس:

للترافرس الموصل (يربط بين نقطتين معلومتين الإحداثيات) فيوجد شرطين أحدهما لفرق الإحداثيات السينية و الآخر لفرق الإحداثيات الصادية (أنظر الشكل). في كل شرط فأن القاعدة أن مجموع فروق الإحداثيات (سواء السينية أو الصادية) يساوي فرق الإحداثيات بين النقطتين المعلومتين:



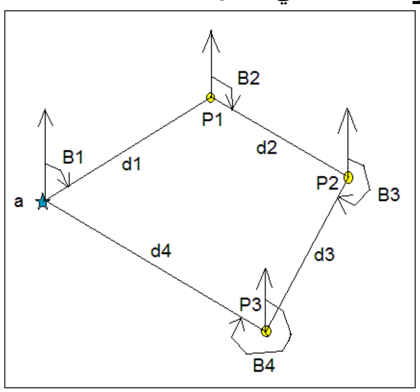
$$\Sigma^4_{i=1} \Delta X_I - (X_b - X_a) = 0$$
$$\Sigma^4_{i=1} \Delta Y_I - (Y_b - Y_a) = 0$$

حيث علامة Σ هنا تدل علي المجموع، (X_a , Y_a) إحداثيات النقطة المعلومة a و (X_b , Y_b) إحداثيات النقطة المعلومة b.

و حيث أن فروق الإحداثيات لأي خط يتم حسابها من الأرصاد الأصلية للترافرس (زوايا و انحرافات) فأن معادلتي الشرط يمكن إعادة كتابتهما كالتالي:

$$\Sigma^4_{i=1} d_l \sin B_l - (X_b - X_a) = 0$$
$$\Sigma^4_{i=1} d_l \cos B_l - (Y_b - Y_a) = 0$$

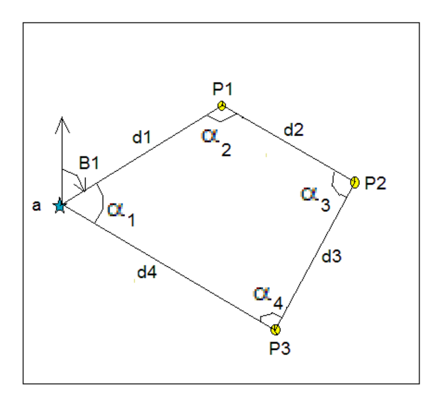
أما في حالة الترافرس المغلق فأن معادلتي الشرط ستكونان:



$$\Sigma^4_{i=1} d_l \sin B_l = 0$$
$$\Sigma^4_{i=1} d_l \cos B_l = 0$$

تجدر ملاحظة أن المعادلتين السابقتين ليستا معادلات خطية.

أما إذا كانت الأرصاد في الترافرس المغلق هي المسافات و الزوايا الداخلية (α) مع وجود انحراف واحد معلوم فستوجد معادلة شرط ثالثة لمجموع الزوايا الداخلية:



$$\Sigma^4_{i=1} \alpha_l - k = 0$$

حيث K ثابت يعتمد علي عدد نقاط الترافرس S ويتم حسابه كالتالي:

$$K = (2 S - 4) \times 90^o$$

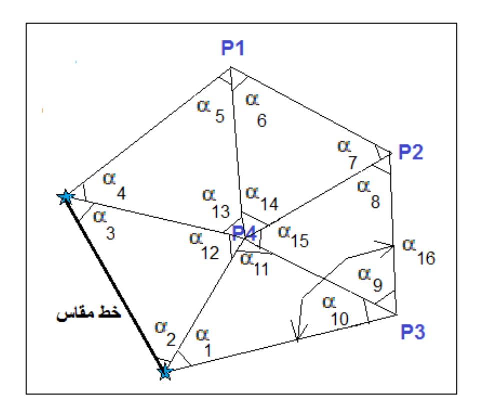
ففي الشكل السابق فأن عدد نقاط الترافرس S = ٤ وبالتالي فأن قيمة K = ٣٦٠°، أي أن معادلة الشرط الثالثة لهذا الشكل هي أن مجموع الزوايا الداخلية يجب أن يساوي ٣٦٠°.

(ج) في شبكات المثلثات:

بصفة عامة: في شبكات المثلثات مقيسة الزوايا Triangulations فأن: عدد الأرصاد الضرورية = ضعف عدد النقاط المجهولة.

في الشكل التالي:

عدد النقاط المجهولة = ٤
عدد الأرصاد الضرورية = ٢ × ٤ = ٨
الأرصاد الزائدة (عدد الشروط المستقلة) = عدد الأرصاد الفعلية – عدد الأرصاد الضرورية
= ١٦ – ٨ = ٨



تتكون الشروط الثمانية من: ٥ شروط مثلثيه + ٢ شرط محلي + ١ شرط ضلعي كالتالي:

الشروط المثلثية:

لكل مثلث مغلق فأن معادلة الشرط المثلثي تكون أن مجموع زوايا يجب أن يساوي ١٨٠° زائد الزيادة الكروية spherical excess (ε) حيث أنه مثلث كروي وليس مثلث مستوي. مثلا:

$$\alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_{12} - (180^o + \varepsilon) = 0$$

الشروط المحلية:

تتعلق هذه الشروط بالأرصاد الزائدة عند أي نقطة، فمثلا عند أي نقطة تم قياس جميع الزوايا لقفل الأفق فأن مجموع هذه الزوايا يجب أن يساوي ٣٦٠° كما هو الحال عند النقطة P4 في الشكل. أيضا عند النقطة P3 تم قياس زاوية غير ضرورية (الزاوية ١٦) وهي مجموع الزاويتين ٩ و ١٠. وبذلك فأن معادلتي الشرطين المحليين في الشكل السابق هما:

$$\alpha_9 + \alpha_{10} - \alpha_{16} = 0$$

$$\alpha_{11} + \alpha_{12} + \alpha_{13} + \alpha_{14} + \alpha_{15} - 360^o = 0$$

الشرط الضلعي:

طالما يوجد ضلع (مسافة) مقاس طوله في شبكة المثلثات فيوجد شرط يسمي الشرط الضلعي وهو أن مجموع لوغاريتمات جيب الزوايا الفردية (للشكل الخارجي فقط) يجب أن يساوي مجموع لوغاريتمات جيب الزوايا الزوجية. أي أن معادلة الشرط الضلعي ستكون:

$$[\log \sin \alpha_1 + \log \sin \alpha_3 + \log \sin \alpha_5 + \log \sin \alpha_7 + \log \sin \alpha_9] - [\log \sin \alpha_2 + \log \sin \alpha_4 + \log \sin \alpha_6 + \log \sin \alpha_8 + \log \sin \alpha_{10}] = 0$$

تجدر ملاحظة أن المعادلة الشرطية السابقة ليست معادلة خطية بينما معادلات الشروط المثلثية و الشروط المحلية معادلات خطية. كما أن عدد المعادلات الشرطية في شبكة المثلثات (٨) أقل من عدد الأرصاد الفعلية (١٦) مما يعطي ميزة حسابية لطريقة الضبط بمعادلات الاشتراطات عن الضبط بمعادلات الأرصاد في حالة شبكات المثلثات.

معادلات الضبط الشرطي:

بعد تحويل معادلات الشروط إلي الحالة الخطية (إن كانت غير خطية في أساسها) فيمكن كتابة الصورة العامة لمعادلات الشروط كالتالي:

$$B_{r,n}\ \hat{V}_{n,1} + W_{r,1} = 0$$

حيث:

$\hat{V}$ متجه الأخطاء المضبوطة (n من الصفوف)
W متجه الأخطاء المتبقية (r من الصفوف)
B مصفوفة معاملات معادلات الشروط (الخطية) وتتكون من r من الصفوف (عدد الشروط) و n من الأعمدة (عدد الأرصاد). أي أن كل عنصر من عناصر المصفوفة B هو التفاضل الأول لمعادلة الشرط بالنسبة لرصده من الأرصاد:

$$B_{r,n} = \begin{bmatrix} \frac{\delta f1}{\delta l1} & \frac{\delta f1}{\delta l2} & \cdots & \frac{\delta f1}{\delta ln} \\ \frac{\delta f2}{\delta l1} & \frac{\delta f2}{\delta l2} & \cdots & \frac{\delta f2}{\delta ln} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\delta fr}{\delta l1} & \frac{\delta fr}{\delta l2} & \cdots & \frac{\delta fr}{\delta ln} \end{bmatrix}$$

أما نظام المعادلات الأصولية Normal Equation System لطريقة الضبط الشرطي فيكون في صورة:

$M_{r,r}\ K_{r,1} + W_{r,1} = 0$
where,
$M = B\ P^{-1}\ BT$

حيث P هي مصفوفة الوزن للأرصاد الأصلية.

أما المتجه K فيسمي متجه الارتباط Vector of Correlate أو معامل ضرب لاجرانج Lagrange Multiplier حيث ابتكره العالم لاجرانج لحل مشكلة أن مصفوفة المعاملات B هي مصفوفة مستطيلة بما أن عدد صفوفها لا يساوي عدد أعمدتها (وليست مربعة مثل حالة المصفوفة A في طريقة الضبط بمعادلات الأرصاد) ولا يمكن إيجاد مقلوبها B^{-1}.

أما خطوات حل نظام المعادلات الأصولية فتتكون من:

$$K = - M^{-1} W$$

$$\hat{V} = - P^{-1} B^{T} K = (B P^{-1} B^{T})^{-1} W$$

$$\bar{L} = L + \hat{V}$$

$$\hat{\sigma}_o^2 = \frac{V^{T} P V}{r}$$

$$\hat{\Sigma}_{\bar{L}} = \hat{\sigma}_o^2 [P^{-1} - (P^{-1} B^{T} M^{-1} B P^{-1})]$$

وبذلك نحصل علي الأرصاد المضبوطة $\bar{L}$ ومصفوفة التباين لها $\hat{\Sigma}_{\bar{L}}$ بالإضافة لقيمة معامل التباين بعد الضبط $\hat{\sigma}_o^2$.

أما لحساب القيم المضبوطة للعناصر المجهولة فنقوم باستخدام الأرصاد المضبوطة في تكوين معادلات تربط بينها و بين العناصر المجهولة، ولتكن مثلا في صورة:

$$\hat{X} = F1 (\bar{L})$$

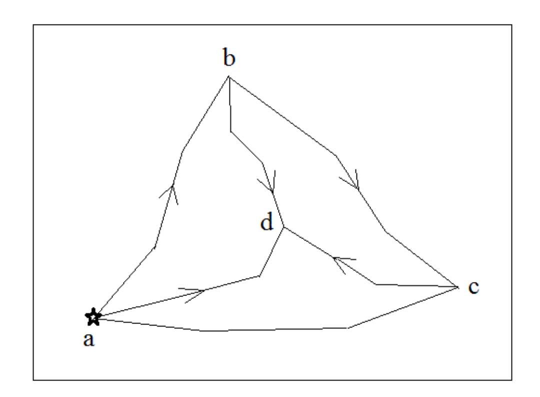
فإذا أخذنا التفاضل الأول لهذه المعادلات F1 بالنسبة للأرصاد (لنسميها المصفوفة G) فيمكن حساب مصفوفة التباين للعنصر المجهولة:

$$G = \delta F1 / \delta L$$

$$\hat{\Sigma}_{\hat{X}} = G \ \hat{\Sigma}_{\bar{L}} \ G^{T}$$

<u>مثال للضبط الشرطي لمعادلات خطية:</u>

هذا المثال هو السابق حله (أنظر ٥-٥-١) بطريقة الضبط بمعادلات الأرصاد وسنقوم هنا بحله مرة أخري بطريقة الضبط بمعادلات الشروط: الشكل التالي يمثل شبكة من أرصاد الميزانيات تربط بين ٤ روبيرات BM حيث تتكون هذه الشبكة من ٦ خطوط ميزانية، ونفترض أن منسوب النقطة a معلوم (سنفرضه = صفر متر في الحالة الحالية) في هذه الحلقة.



الجدول التالي يمثل قيم الأرصاد (فروق المناسيب في كل خط) وكذلك طول خطوط الميزانية:

م	خط الميزانية		فرق المنسوب (متر)	طول الخط (كم)
	من نقطة	إلي نقطة		
١	a	c	٦.١٦	٤
٢	a	d	١٢.٥٧	٢
٣	c	d	٦.٤١	٢
٤	a	d	١.٠٩	٤
٥	b	d	١١.٥٨	٢
٦	b	c	٥.٠٧	٤

المطلوب حساب قيم العناصر المجهولة التي تتمثل في منسوب النقاط b, c, d مع قيم الانحراف المعياري لكلا منهم.

معادلات الاشتراطات:

$$\Delta H_1 - \Delta H_4 - \Delta H_6 = 0$$
$$\Delta H_1 - \Delta H_2 + \Delta H_3 = 0$$
$$\Delta H_2 - \Delta H_4 - \Delta H_5 = 0$$

المصفوفة B:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$W = \begin{bmatrix} 0.00 \\ 0.00 \\ -0.10 \end{bmatrix} \text{ m}$$

$$P^{-1} = \Sigma_L = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \text{cm}^2 = 10^{-4} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \text{m}^2$$

$$M = (B P^{-1} B^{T}) = \begin{bmatrix} 12 & 4 & 4 \\ 4 & 8 & -2 \\ 4 & -2 & 8 \end{bmatrix}$$

$$K = - M^{-1} W = \begin{bmatrix} -0.01 \\ 0.01 \\ 0.01 \end{bmatrix}$$

$$\hat{V} = - P^{-1} B^{T} K = \begin{bmatrix} 0.00 \\ 0.02 \\ 0.02 \\ -0.04 \\ -0.04 \\ 0.04 \end{bmatrix} m$$

$$\overline{L} = L + \hat{V} = \begin{bmatrix} 6.16 \\ 12.59 \\ 6.43 \\ 1.05 \\ 11.54 \\ 5.11 \end{bmatrix} m$$

$$\hat{\sigma}_o^2 = \frac{\hat{V}^T P \hat{V}}{r} = \frac{0.002}{3} = 6.7 \times 10^{-4}$$

$$\hat{\Sigma}_{\overline{L}} = \hat{\sigma}_o^2 \, [P^{-1} - (P^{-1} B^T M^{-1} B P^{-1})]$$

$$= 6.7 \times 10^{-4} \begin{bmatrix} 10.67 & & & & & \text{متماثلة} \\ 5.33 & 8.00 & & & & \\ -5.33 & 2.67 & 8.00 & & & \\ 5.33 & 5.33 & 0 & 10.67 & & \\ 0 & 2.67 & 2.67 & -5.33 & 8.00 & \\ 5.33 & 0 & -5.33 & -5.33 & 5.33 & 10.67 \end{bmatrix}$$

الآن يمكن حساب القيم المضبوطة لمناسيب النقاط المجهولة باستخدام الأرصاد المضبوطة:

$$\hat{H}_b = H_a + \Delta H_4 = 1.05 \text{ m}$$

$$\hat{H}_c = H_a + \Delta H_1 = 6.16 \text{ m}$$

$$\hat{H}_d = H_a + \Delta H_2 = 12.59 \text{ m}$$

من هذه المعادلات الخمسة نكون المصفوفة G كالتالي:

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ثم يمكن حساب قيمة مصفوفة التباين للقيم المجهولة:

$$\hat{\Sigma}_{\hat{X}} = G \ \hat{\Sigma}_{\underline{L}} \ G^T$$

$$= 6.7 \times 10^{-4} \begin{bmatrix} 10.67 & 5.33 & 5.33 \\ 5.33 & 10.67 & 5.33 \\ 5.33 & 5.33 & 8.00 \end{bmatrix} \ m^2$$

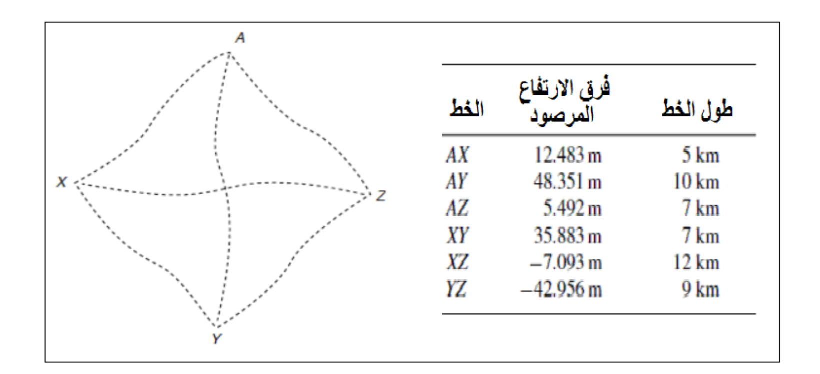
QUESTIONS

1. A distance has been measured five times as: 41.12, 41.14, 41.20, 41.18, and 41.16 m.
   Compute the most probable value of this distance.

2. Three levelling lines have been observed between two points as:
   - height difference = 13.492 m for a distance of 1450 m.
   - height difference = 13.412 m for a distance of 900 m.
   - height difference = 13.452 m for a distance of 1200 m.

   Compute the most probable value of the height difference between the two points.

3. Use the **observation equation method** of the least-squares adjustment to adjust the following levelling network:



الخط	فرق الارتفاع المرصود	طول الخط
AX	12.483 m	5 km
AY	48.351 m	10 km
AZ	5.492 m	7 km
XY	35.883 m	7 km
XZ	−7.093 m	12 km
YZ	−42.956 m	9 km

   (I) Construct: the observation equations, then construct the vector of observation **L**, the coefficients matrix **A**, the vector of unknowns **X**, the vector of approximate values of unknowns **Xo**, the residual vector **W**, and the weight matrix **P**.

   (II) Write the normal equations system and its solution.

4. If you are going to use the **condition equation method** to adjust the previous levelling network:

   (!) construct the condition equations, the condition equation matrix **B**, the weight matrix **P**.

   (II) Write down the normal equations system and its solution.

الفصل السادس

مقدمة عن النظام العالمي لتحديد المواقع GPS

٦-١ تحديد المواقع بالاعتماد علي الأقمار الصناعية

قبل بدء عصر الأقمار الصناعية توصل العلماء إلي طريقة جديدة لتحديد المواقع بالاعتماد علي الموجات الراديوية أو الكهرومغناطيسية ، وكان المبدأ الأساسي في هذه الطريقة هو قياس الزمن الذي تستغرقه الموجه الراديوية في الرحلة ذهابا و عودة بين محطة البث أو الإرسال Transmitting Station وجهاز الاستقبال Receiver. فإذا استخدمنا القاعدة العلمية المعروفة:

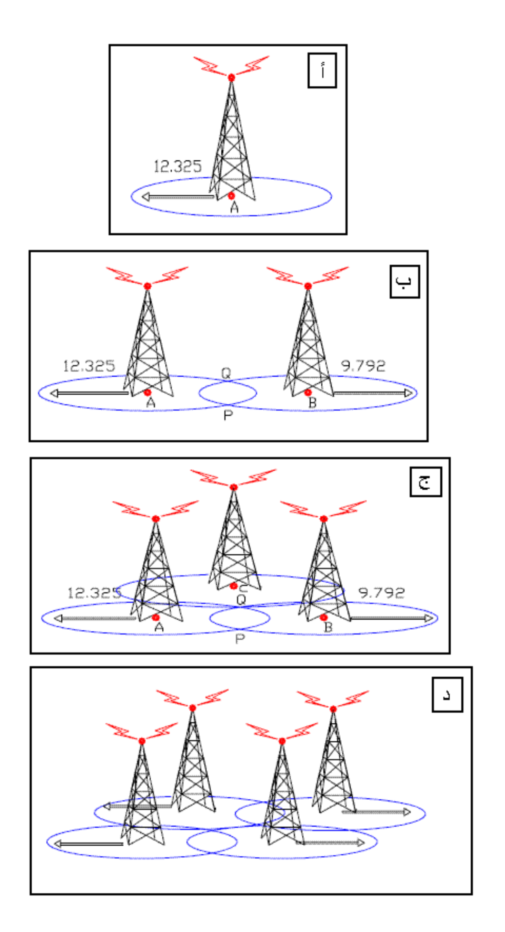
المسافة = السرعة × الزمن (٦-١)

وباعتبار أن سرعة الموجة تعادل سرعة الضوء (حوالي ٣٠٠ ألف كيلومتر في الثانية) فيمكننا حساب المسافة بين محطة الإرسال و جهاز المستقبل. لكن يتبادر إلي الأذهان السؤال التالي: كيف يمكن لهذه الفكرة - أو هذه المسافة التي يمكن حسابها – أن تستخدم في تحديد موقع شخص معين؟ الإجابة سهلة و تتكون من (شكل ٦-١):

نفترض أن برج إرسال قد تم وضعه فوق نقطة معلومة الموقع ولتكن نقطة A علي سطح الأرض ، ونحن لدينا وحدة أو جهاز استقبال لهذه الموجات الراديوية في موقع ما غير معلوم. عند فتح جهاز الاستقبال وقياس (أو حساب) المسافة بين هذا الموقع المجهول و المحطة أو البرج عند A وجدنا أنها تساوي ١٢.٣٢٥ متر مثلا. إن هذه المعلومة (شكل ٥-١ أ) لا تخبرنا أين موقعنا بالضبط ولكنها تقرب موقعنا إلي أي نقطة علي محيط الدائرة التي نصف قطرها يساوي ١٢.٣٢٥ متر حول برج الإرسال A (وهو البرج المعلوم موقعه مسبقا). الآن نفترض أننا قمنا بتثبيت برج إرسال ثاني فوق نقطة معلومة أيضا ولتكن B علي سطح الأرض ، و بنفس الطريقة قمنا بحساب (أو قياس) المسافة بواسطة جهاز استقبال الموجات الراديوية فكانت تساوي ٩.٧٩٢ متر.هذه المعلومة الجديدة تخبرنا أيضا أننا نقع علي محيط دائرة مركزها نقطة B ونصف قطرها يساوي ٧.٧٩٢ متر. أي أننا موجودين علي بعد ١٢.٣٢٥ متر من نقطة A وأيضا علي بعد ٩.٧٩٢ متر من نقطة B. وهذا يؤدي بنا أننا نقع عند تقاطع هاتين الدائرتين ، أما عند نقطة P أو عند نقطة Q (شكل ٦-١ ب). أي أننا نستخلص أن وجود برجين إرسال يمكننا من تحديد احتمال موقع من موقعين ، ولا يخبرنا بالضبط أين نحن. نحتاج الآن لبرج إرسال ثالث يتم وضعه عند نقطة معلومة و لتكن C علي سطح الأرض ، و بنفس الطريقة نقوم بحساب (أو قياس) المسافة بواسطة جهاز استقبال الموجات الراديوية. هذه المسافة الثالثة ستخبرنا بكل تأكيد هل نحن عند النقطة P أو عند النقطة Q (شكل ٦-١ ج).

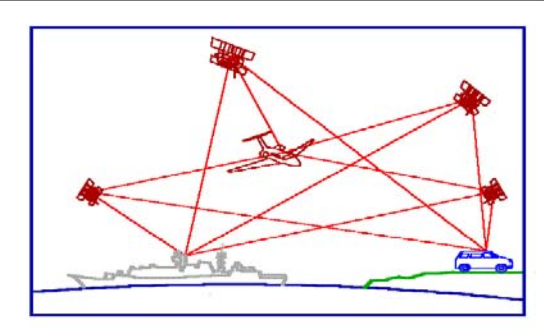
فإذا كانت الأبراج أو محطات الإرسال الثلاثة تعمل باستمرار وفي نفس الوقت ، فأن أي جهاز استقبال لهذه الموجات الراديوية سيستقبل الإشارات المرسلة من المحطات الثلاثة و يمكنه بسرعة تحديد موقعه في هذه اللحظة. فإذا كان جهاز الاستقبال هذا متحركا (أي موجود علي سفينة مثلا) فأنه باستطاعته تحديد موقعه باستمرار عند كل لحظة في مسيرته. فإذا أضفنا برج إرسال رابع فأن هذه المنظومة ستكون ذات كفاءة عالية لان البرج الرابع سيكون حكما للوثوق في إشارات الأبراج الثلاثة الأساسية كما أنه سيكون احتياطيا في حالة عدم استقبال الإشارات

من أيا من الأبراج الثلاثة (شكل ٦-١ د). وتسمي هذه الطريقة لتحديد المواقع بنظم الملاحة الراديوية Radio Navigation Systems.



شكل (٦-١) الملاحة الراديوية و تحديد المواقع

مع ظهور الأقمار الصناعية طبق العلماء نفس مبدأ الملاحة الراديوية في تطوير ما عرف باسم الملاحة بالأقمار الصناعية Satellite Navigation. فإذا استبدلنا محطات الإرسال الأرضية بأقمار صناعية ترسل موجات راديوية يستطيع جهاز الاستقبال أن يتعامل معها ويحسب المسافة من موقعه إلي موقع كل قمر صناعي فيمكن تحديد الموقع الذي به هذا المستقبل. ربما يتبادر إلي الأذهان الآن سؤال: أبراج الإرسال كانت ثابتة و معلومة الموقع وكنا نستخدمها كعلامات مرجعية Reference Points تمكننا من حساب موقع جهاز الاستقبال ، لكن الأقمار الصناعية غير ثابتة فكيف سيمكن التعامل معها؟ الإجابة هي أن كل قمر صناعي يكون معلوم المدار الذي يدور عليه في الفضاء وتكون من أهم مهام الجهة المسئولة عن نظام الأقمار الصناعية أن تراقب كل قمر و تحدد موقعه بكل دقة في كل لحظة، وبالتالي فيمكننا القول أن موقع كل قمر صناعي يكون معلوما في أي لحظة طوال ٢٤ ساعة يوميا ، أي أن كل قمر صناعي سيكون بمثابة نقطة مرجعية (شكل ٥-٢). وطبقا لهذا المبدأ الأساسي فيمكن اعتبار القمر الصناعي – من وجهة النظر المساحية – علي أنه هدف Target عالي الارتفاع ، بحيث إذا أمكن رصده من ثلاثة نقاط أرضية معلومة الإحداثيات فيمكن تحديد موقع نقطة مجهولة ترصد هذا القمر الصناعي في نفس اللحظة (شكل ٥-٣).



شكل (٦-٢) الملاحة بالأقمار الصناعية

شكل (٦-٣) المبدأ المساحي للملاحة بالأقمار الصناعية

تطورت نظم الملاحة بالأقمار الصناعية مع إطلاق نظام الملاحة الأمريكي Navy Navigation Satellite System الذي عرف باسم ترانزيت Transit وأيضا باسم نظام دوبلر Doppler - في الستينات من القرن العشرين الميلادي، وكان الهدف الرئيسي منه تحديد مواقع القطع البحرية في البحار و المحيطات والمعرفة الدقيقة لإحداثيات المواقع الإستراتيجية. وبالرغم من هذه الأهداف العسكرية إلا أن المهندسين المدنيين قد استخدموا هذا النظام في العديد من التطبيقات المساحية وخاصة إنشاء شبكات الثوابت الأرضية الدقيقة. أعتمد نظام الدوبلر علي عدد من الأقمار الصناعية التي تدور علي ارتفاع حوالي ١٠٠٠ كيلومتر من سطح الأرض حيث يكمل كل قمر دورة كاملة حول الأرض في مدة تبلغ ١٠٧ دقيقة وكانت دقة تحديد المواقع الأرضية اعتمادا علي هذا النظام في حدود ٣٠-٤٠ متر. ومع أن أقمار الدوبلر تغطي معظم أنحاء الأرض إلا أن عددها (٦ أقمار صناعية فقط) لم يكن يسمح يتواصل الإشارات طوال ٢٤ ساعة يوميا – بل لعدة ساعات طبقا للموقع المطلوب علي الأرض – مما لم يلبي حاجة مستخدمي النظام سواء العسكريين أو المدنيين وأدي ذلك إلي بدء وزارة الدفاع الأمريكية - مع بداية السبعينات - في تطوير نظام ملاحي آخر.

٦-٢ تقنية النظام العالمي لتحديد المواقع: الجي بي أس

بدأت عدة جهات علمية و حكومية اقتراح نظم جديدة و في عام ١٩٦٩ قامت وزارة الدفاع بإنشاء برنامج جديد تحت اسم البرنامج العسكري للملاحة بالأقمار الصناعية DNSS لتوحيد الجهود وراء إطلاق نظام ملاحي جديد. وبالفعل تم اقتراح تقنية جديدة تحت اسم ***"النظام العالمي الملاحي لتحديد المواقع بقياس المسافة و الزمن باستخدام الأقمار الصناعية NAVigation Satellite Timing And Ranging Global Positioning System"*** أو اختصارا باسم NAVSRAT GPS ، إلا أنه عرف علي نطاق واسع – بعد ذلك – باسم النظام العالمي لتحديد المواقع أو اختصارا ***"جي بي أس GPS"***. تم إطلاق أول قمر صناعي في هذا النظام في ٢٢ فبراير ١٩٧٨ وفي ٨ ديسمبر ١٩٩٣ تم إعلان اكتمال النظام مبدئيا Initial Operational Capability (IOC) ، أما الإعلان النهائي لاكتمال النظام رسميا Fully Operational Capability (FOC) فقد كان في ٢٧ أبريل ١٩٩٥. وفي بدايته كان الجي بي أس مقصورا علي الاستخدامات العسكرية للقوات المسلحة الأمريكية وحلفاؤها حتى أعلن الرئيس الأمريكي ريجان في عام ١٩٨٤ السماح للمدنيين باستخدامه (لكن ليس جميع مميزاته أو مستوي الدقة العالية في تحديد المواقع !) ، وكان ذلك بعد حادثة إسقاط القوات المسلحة الروسية لطائرة ركاب كورية مدنية بعد دخولها بالخطأ في المجال الجوي الروسي. ويدار الجي بي أس من خلال وزارة الدفاع الأمريكية وهي الجهة المسئولة عن إطلاق الأقمار الصناعية و مراقبتها و التأكد من كفاءة تشغيلها واستبدالها كل فترة

زمنية بحيث تكون إشارات هذه التقنية متاحة ٢٤ ساعة يوميا وعلي مدار كل الأيام لجميع المستخدمين علي سطح الأرض.

تشتمل تقنية الجي بي أس علي العديد من المميزات التي ساعدت علي انتشارها بصورة لم يسبق لها مثيل ومنها:

- متاح طوال ٢٤ ساعة يوميا ليلا و نهارا وعلي مدار العام كله.
- يغطي جميع أنحاء الأرض.
- لا يتأثر بأية ظروف مناخية مثل درجات الحرارة و المطر و الرطوبة والرعد و الرق و العواصف.
- الدقة العالية في تحديد المواقع لدرجة تصل إلي ملليمترات في بعض التطبيقات و طرق الرصد الجيوديسية أو دقة أمتار قليلة للتطبيقات الملاحية.
- الوفرة الاقتصادية بحيث أن تكلفة استخدام الجي بي أس تقل بنسبة أكبر من ٢٥% بالمقارنة بأي نظام ملاحي أرضي أو فضائي آخر.
- لا يحتاج لخبرة تقنية متخصصة لتشغيل أجهزة الاستقبال (وخاصة المحمولة يدويا) لدرجة أن بعض مستقبلات الجي بي أس أصبحت تدمج في الساعات اليدوية و أجهزة الاتصال التليفوني.

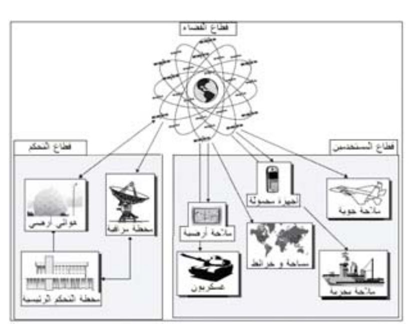
تعددت التطبيقات المساحية لتقنية الجي بي أس بصورة كبيرة في السنوات الماضية وتشمل بعضها:

- إنشاء الشبكات الجيوديسية للثوابت الأرضية الدقيقة وتكثيف الشبكات القديمة منها (عن طريق إضافة محطات جديدة لها).
- رصد تحركات القشرة الأرضية.
- رصد إزاحة أو هبوط المنشئات الحيوية كالكباري و الجسور و السدود و القناطر.
- أعمال الرفع المساحي التفصيلي و الطبوغرافي.
- إنتاج خرائط طبوغرافية و تفصيلية دقيقة و في صورة رقمية.
- تحديد المواقع لعلامات الضبط الأرضي للصور الجوية Aerial Photogrammetry و المرئيات الفضائية لنظم الاستشعار عن بعد Remote Sensing.
- تطبيقات المساحة التصويرية الأرضية Close-Range Photogrammetry.
- تطوير نماذج الجيويد الوطنية بالتكامل مع أسلوب الميزانية الأرضية.
- تجميع البيانات المكانية عند استخدام تقنية نظم المعلومات الجغرافية Geographic Information Systems أو GIS ، وخاصة لتطبيقات تحديد مواقع الخدمات المدنية Location-Based Services وتطبيقات النقل الذكي Intelligent Transportation وأيضا تطبيقات نظم معلومات الأراضي Land Information Systems أو LIS.
- الربط بين المراجع الجيوديسية المختلفة للدول في حالات المشروعات الحدودية المشتركة.
- نظم الخرائط المحمولة Mobile Mapping Systems أو MMS.
- الرفع الهيدروجرافي و تطوير الخرائط البحرية و النهرية.
- تثبيت و توثيق مواقع العلامات الحدودية بين الدول.
- بدمج تقنيتي الجي بي أس و نظم المعلومات الجغرافية أمكن إنتاج خرائط رقمية و قواعد بيانات محمولة يدويا للمدن بكافة تفاصيلها و خدماتها.

٦-٢-١ مكونات نظام الجي بى أس

يتكون نظام الجي بي أس من ثلاثة أجزاء أو أقسام هي:

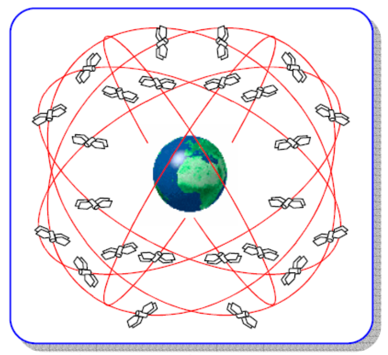
- قسم الفضاء ويحتوي الأقمار الصناعية Space Segment.
- قسم التحكم و السيطرة Control Segment.
- قسم المستقبلات الأرضية أو المستخدمون User Segment.



شكل (٦-٤) أقسام الجي بي أس

قسم الفضاء أو الأقمار الصناعية:

يتكون قسم الفضاء - اسميا - من ٢٤ قمرا صناعيا (٢١ قمر عامل + ٣ أقمار احتياطية spare موجدة في الفضاء) موزعة في ٦ مدارات بحيث يكون هناك ٤ أقمار صناعية في كل مدار مما يسمح بالتغطية الدائمة (أي وجود علي الأقل ٤ أقمار صناعية) لكل موقع علي سطح الأرض في أي لحظة طوال اليوم. وقد يصل عدد الأقمار الصناعية في وقت معين إلي ما هو أكثر من ٢٤ قمرا طبقا لخطة إطلاق الأقمار الصناعية. وتدور الأقمار الصناعية في مدارات شبه دائرية علي ارتفاع حوالي ٢٠٢٠٠ كيلومتر من سطح الأرض ليكمل كل قمر صناعي دورة كاملة حول الأرض في مدة ١١ ساعة و ٥٦ دقيقة بالتوقيت الزمني الأرضي العالمي GMT. ويتراوح وزن القمر الصناعي بين ٤٠٠ و ٨٥٠ كيلوجرام ويبلغ عمره الافتراضي (للأجيال الحديثة من الأقمار الصناعية) حوالي سبعة سنوات و نصف، ويستمد طاقته من خلال صفيحتين لالتقاط الطاقة الشمسية بالإضافة لوجود ثلاثة بطاريات احتياطية من النيكل تزوده بالطاقة عندما يمر بمنطقة ظل الأرض. ويقوم كل قمر صناعي بتوليد موجتين علي ترددين مختلفين Frequency يسموا L1 و L2 بالإضافة لشفرتين Codes و رسالة ملاحية Navigation Message يتم بثهم علي هذين الترددين. كما يحتوي كل قمر علي عدد من الساعة الذرية Atomic Watch سواء من نوع السيزيوم cesium أو الرابيديوم rubidium.



شكل (٦-٥) قطاع الفضاء في تقنية الجي بي أس

قسم التحكم و المراقبة:

يتكون قسم التحكم و المراقبة من محطة التحكم الرئيسية في ولاية كلورادو الأمريكية وأربعة محطات مراقبة في عدة مواقع حول العالم. تستقبل محطات المراقبة كل إشارات الأقمار الصناعية وتحسب منها المسافات لكل الأقمار المرصودة وترسل هذه المعطيات بالإضافة لقياسات الأحوال الجوية إلي محطة التحكم الرئيسية والتي تستخدم هذه البيانات في حساب المواقع اللاحقة للأقمار وسلوك (تصحيحات) ساعاتها وبالتالي تكون الرسالة الملاحية لكل قمر صناعي. تقوم محطة التحكم الرئيسية بعمل التصحيحات اللازمة لمدارات الأقمار الصناعية وكذلك تصحيح ساعات الأقمار ، ثم تقوم بإرسال هذه المعلومات للأقمار الصناعية (مرة كل ٢٤ ساعة) والتي تقوم بتعديل مساراتها و أزمانها وبعد ذلك ترسل هذه البيانات المصححة كإشارات إلي أجهزة الاستقبال الأرضية.

قسم المستقبلات الأرضية:

يضم هذا القطاع أجهزة استقبال الجي بي أس (مستخدمو النظام) التي تستقبل إشارات الأقمار الصناعية وتقوم بحساب موقع – إحداثيات – المكان الموجود به المستقبل سواء علي الأرض أو في الجو أو في البحر ، بالإضافة لسرعة واتجاه حركة المستقبل إن كان متحركا أثناء فترة الرصد. بصفة عامة يتكون جهاز الاستقبال من: هوائي مع مضخم إشارة ، وحدة تردد راديوي أو لاقط الإشارات، مولد ترددات ، وحدة تأمين الطاقة الكهربائية ، وحدة التحكم للمستخدم ، بالإضافة إلي وحدة ذاكرة لتخزين القياسات. تتعدد أنواع أجهزة الاستقبال بصورة كبيرة جدا طبقا لعدد من العوامل:

أ- طبقا لطبيعة الاستخدام: توجد أجهزة استقبال عسكرية (تستطيع التعامل مع الشفرة العسكرية التي تبثها الأقمار الصناعية وتفك شفرتها للحصول علي دقة عالية جدا في حساب المواقع) وأجهزة استقبال مدنية.

ب- طبقا لنوعية البيانات المستقبلة: توجد مستقبلات تسمي بأجهزة الشفرة Code ومشهورة أيضا باسم الأجهزة الملاحية Navigation Receivers أو الأجهزة المحمولة يدويا Hand-Held Receivers ، وتوجد أجهزة تسمي بأجهزة قياس الطور Phase ومعروفة أيضا باسم الأجهزة الهندسية أو الجيوديسية Geodetic Receivers ، وظهرت حديثا الفئة الثالثة من الأجهزة والتي أطلق عليها أجهزة تجميع البيانات لنظم المعلومات الجغرافية GIS-Specific Receivers.

ج- طبقا لعدد الترددات: توجد أجهزة تستقبل تردد واحد من الترددين الذين تبثهما الأقمار الصناعية وتسمي أجهزة أحادية التردد Single-Frequency Receivers أو أجهزة التردد الأول L1-Receivers ، وأجهزة ثنائية التردد Dual-Frequency Receivers التي تستطيع استقبال كلا ترددي الجي بي أس L1 and L2 (وهي أغلي قليلا من الأجهزة أحادية التردد).

د- طبقا لعدد النظم: هناك أجهزة تتعامل فقط مع إشارات نظام الجي بي أس ، وأجهزة ثنائية النظام تستقبل الإشارات من كلا من الجي بي أس و النظام الملاحي الروسي جلوناس، وأجهزة ثلاثية النظم حيث يمكنها أيضا استقبال إشارات النظام الملاحي الأوروبي جاليليو عند بدء العمل به،

٦-٢-٢ فكرة عمل الجي بي أس في تحديد المواقع:

كما سبق الإشارة فأن نظرية عمل نظم الملاحة أو الجيوديسيا بالأقمار الصناعية تعتمد علي مبدأ قياس الزمن الذي تستغرقه الموجة الراديوية منذ صدورها من وحدة البث (القمر الصناعي) وحتى وصولها لوحدة الاستقبال (المستقبل) ، ومن ثم يمكن حساب المسافة بين القمر الصناعي و جهاز الاستقبال من المعادلة:

$$D = c \,.\, \Delta t \qquad (6\text{-}1)$$

حيث D المسافة بين القمر الصناعي و جهاز الاستقبال ، c سرعة الإشارة وتساوي سرعة الضوء = ٢٩٩٧٩٢.٤٥٨ كيلومتر/ثانية ، Δt فرق الزمن = زمن الاستقبال – زمن الإرسال لهذه الموجة الراديوية.

يمكن التعبير عن هذه المسافة بدلالة الإحداثيات الجيوديسية الكارتيزية لكلا من القمر الصناعي (Xs, Ys, Zs) و جهاز الاستقبال (Xr, Yr, Zr) كالآتي:

$$D = \sqrt{[(Xs-Xr)^2 + (Ys-Yr)^2 + (Zs-Zr)^2]} \qquad (6\text{-}2)$$

حيث أن إحداثيات القمر الصناعي في أي لحظة تكون معلومة فأن المعادلة (٦-٢) تحوي علي ٣ قيم مجهولة وهم إحداثيات جهاز الاستقبال ذاته (Xr, Yr, Zr). مما يدل علي أنه يلزم وجود ٣ معادلات حتى يمكن حلهم معا آنيا simultaneously لحساب قيم الإحداثيات الثلاثة لجهاز الاستقبال. أي بمعني آخر: يلزم لجهاز الاستقبال رصد ٣ أقمار صناعية في نفس اللحظة.

حيث أن سرعة الإشارة (سرعة الضوء) كبيرة جدا فأنه للوصول لدقة عالية في حساب المسافة يلزمنا دقة عالية أيضا في قياس الزمن أو حساب فرق الزمن Δt. لاحظ أن الإشارة لا تستغرق أكثر من ٠.٠٦ ثانية لتقطع مسافة ٢٠،٠٠٠ كيلومتر من القمر الصناعي إلي سطح الأرض. إن الساعة الموجودة في القمر الصناعي من النوع الذري عالي الدقة جدا في تحديد زمن الإرسال (زمن خروج الإشارة من القمر الصناعي) لكن الساعة الموجودة في جهاز الاستقبال ليست بنفس هذه الدقة العالية (وإلا فأن سعرها سيكون مرتفعا جدا بصورة تجعل سعر أجهزة الاستقبال غير متاحة لكل المستخدمين). أبتكر العلماء فكرة جديدة وذكية للتغلب علي مشكلة عدم دقة الساعة في أجهزة الاستقبال ، وهي إضافة قيمة الخطأ في ساعة المستقبل وحلها من خلال معادلة رياضية. أي أن المعادلة (٦-١) والمعادلة (٦-٢) ستتحولان إلي:

$$D = c \,.\, (\Delta t + Et) \qquad (6\text{-}3)$$

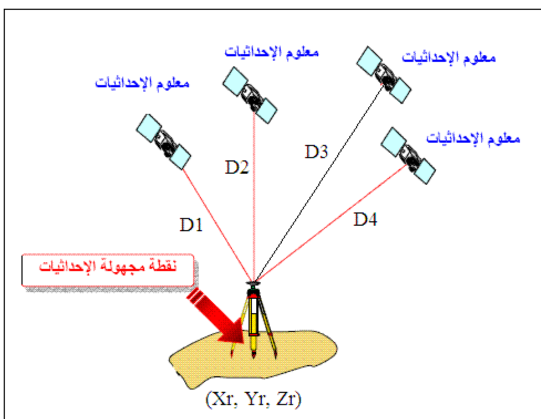
$$D + \Delta D = \sqrt{[(Xs-Xr)^2 + (Ys-Yr)^2 + (Zs-Zr)^2]} \qquad (6\text{-}4)$$

حيث Et هو الخطأ المطلوب حسابه لزمن الاستقبال الذي يقيسه جهاز المستقبل ، ΔD هو قيمة الخطأ في المسافة المحسوبة بين القمر الصناعي و جهاز الاستقبال. وبالتالي فأن عدد القيم المجهولة Unknowns أصبح ٤ وليس ٣ (ثلاثة إحداثيات لموقع جهاز الاستقبال Xr, Yr, Zr وتصحيح المسافة الناتج عن خطأ ساعة الجهاز ΔD) مما يلزم وجود ٤ معادلات حتى يمكن حساب قيم العناصر الأربعة المجهولة:

$$D_1 + \Delta D_1 = \sqrt{[(Xs_1-Xr)^2 + (Ys_1-Yr)^2 + (Zs_1-Zr)^2]}$$
$$D_2 + \Delta D_2 = \sqrt{[(Xs_2-Xr)^2 + (Ys_2-Yr)^2 + (Zs_2-Zr)^2]} \quad (6-5)$$
$$D_3 + \Delta D_3 = \sqrt{[(Xs_3-Xr)^2 + (Ys_3-Yr)^2 + (Zs_3-Zr)^2]}$$
$$D_4 + \Delta D_4 = \sqrt{[(Xs_4-Xr)^2 + (Ys_4-Yr)^2 + (Zs_4-Zr)^2]}$$

حيث D_1, D_2, D_3, D_4 المسافات المقاسة بين جهاز الاستقبال و الأقمار الصناعية الأربعة ، (Xs_1, Ys_1, Zs_1) و(Xs_2, Ys_2, Zs_2) و (Xs_3, Ys_3, Zs_3) و (Xs_4, Ys_4, Zs_4) تمثل إحداثيات الأقمار الصناعية الأربعة ، (Xr, Yr, Zr) تمثل إحداثيات جهاز الاستقبال ، Er يمثل خطأ زمن جهاز الاستقبال.

إذن: المطلوب لحل مجموعة المعادلات هذه هو أن يقوم جهاز الاستقبال برصد ٤ أقمار صناعية في نفس اللحظة. وهذا هو ***الشرط الأساسي*** لحساب الإحداثيات ثلاثية الأبعاد باستخدام الجي بي أس (نكتفي برصد ٣ أقمار صناعية فقط لحساب الإحداثيات ثنائية الأبعاد أي بإهمال حساب ارتفاع الموقع). فإذا توفر لدينا عدد من المعادلات أكبر من ٤ (أي تم رصد أكثر من ٤ أقمار صناعية في نفس اللحظة) فستؤدي هذه الأرصاد الزائدة Redundant Measurement إلي زيادة دقة و جودة حل المعادلات ومن ثم زيادة دقة الإحداثيات المستنبطة.



شكل (٦-٦) مبدأ الرصد في نظام الجي بي أس

<u>٦-٢-٣ إشارات الأقمار الصناعية في الجي بي أس:</u>

يقوم كل قمر صناعي من أقمار الجي بي أس بإرسال إشارتين راديوتين علي ترددين carrier frequencies ومحمل عليهما نوعين من الشفرات الرقمية digital codes بالإضافة لرسالة ملاحية navigation message. يبلغ تردد الإشارة الأولي – تسمي L1 – ١٥٧٥.٤٢ ميجاهرتز بينما يبلغ تردد الإشارة الثانية – تسمي L2 – ١٢٢٧.٦٠ ميجاهرتز. كما يبلغ طول الموجة wavelength لتردد L1 ١٩ سنتيمتر بينما يبلغ ٢٤.٤ سنتيمتر لتردد L2. السبب الرئيسي وراء وجود ترددين صادرين من كل قمر صناعي هو تقدير و حساب الخطأ الذي تتعرض له الإشارات عند مرورها في طبقات الغلاف الجوي (سنتعرض للأخطاء بالتفصيل لاحقا). أما طريقة وضع الشفرة علي التردد الحامل له modulation فتختلف من قمر صناعي لآخر حتى يتم تقليل أخطاء تداخل الإشارات.

الشفرة الأولي تسمي شفرة الحصول الخشن Coarse-Acquisition Code وترمز لها بالرمز C/A وأحيانا نسميها الشفرة المدنية (لأنها المتاحة للأجهزة المدنية للتعامل معها وقراءة محتوياتها) ، بينما الشفرة الثانية تسمي الشفرة الدقيقة Precise Code ويرمز لها بالرمز P والبعض يطلق عليها أحيانا اسم الشفرة العسكرية (لان التعامل معها وقراءتها لا يتم إلا باستخدام أجهزة استقبال خاصة غير متاحة إلا لأفراد الجيش الأمريكي). تتكون كل شفرة من سيل من الأرقام صفر و واحد ، ولذلك تعرف الشفرة بمصطلح الضجة العشوائية الزائفة Pseudo Random Noise أو PRN لان الشفرة تشبه الإشارة العشوائية ، لكن في الحقيقة فأن الشفرة يتم توليدها من خلال نموذج رياضي وليست عشوائية. تحمل شفرة C/A علي التردد الأول L1 فقط بينما تحمل الشفرة P علي كلا الترددين L1, L2. تجدر الإشارة – دون الدخول في تفاصيل فنية معقدة – أن الشفرة P أدق كثيرا من الشفرة C/A ولذلك فقد تم منع إمكانية قراءتها من قبل المستخدمين المدنيين منذ فبراير ١٩٩٤ وقصرها فقط علي التطبيقات العسكرية للولايات المتحدة الأمريكية و حلفاؤها (عن طريق إضافة قيم مجهولة لها تسمي W-code بحيث تتغير الشفرة من P إلي ما يسمي الشفرة Y-code).

وبذلك يمكن القول أن نظام الجي بي أس يقدم نوعين من الخدمات:

- خدمة التحديد القياسي للمواقع Standard Positioning Service أو اختصارا SPS والتي تعتمد علي استقبال و قراءة واستخدام البيانات من الشفرة المدنية C/A ، ولذلك تسمي هذه الخدمة بالخدمة المدنية.
- خدمة التحديد الدقيق للمواقع Precise Positioning Service أو اختصارا PPS والتي تعتمد علي استقبال و قراءة واستخدام البيانات من الشفرة الدقيقة P ولذلك تسمي هذه الخدمة بالخدمة العسكرية.

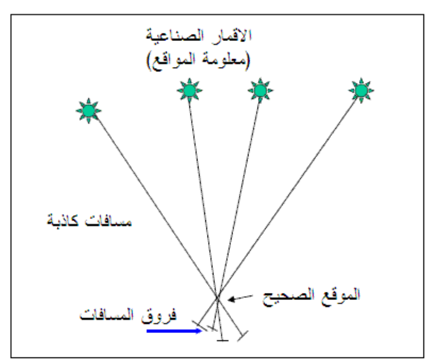
تتكون الرسالة الملاحية لكل قمر صناعي من مجموعة من البيانات ، وهي تضاف علي كلا الترددين L1, L2. تحتوي بيانات الرسالة الملاحية علي إحداثيات القمر الصناعي ، معلومات عن حالة و كفاءة القمر (صحة القمر satellite health) وأيضا الأقمار الأخرى ، تصحيح خطأ ساعة القمر ، الإحداثيات المتوقعة أو المحسوبة للقمر الصناعي (ولباقي الأقمار) في الفترة المستقبلة وتسمي almanac ، بالإضافة لبيانات عن الغلاف الجوي.

٦-٣ أرصاد الجي بي أس

إن دراسة الأرصاد (أساليب القياس) التي يوفرها نظام الجي بي أس من الأهمية لمستخدم هذه التقنية حتى يلم بطرقها المختلفة ودقة تحديد الموقع الممكن الوصول إليها في كل نوع من الأرصاد المستخدمة. يوفر نظام الجي بي أس أربعة أنواع من الأرصاد (أو طرق قياس المسافات بين جهاز الاستقبال و الأقمار الصناعية) إلا أن نوعين فقط هما الشائعي الاستخدام والمطبقين في أجهزة الاستقبال ، وهما المسافة الكاذبة باستخدام الشفرة (البعض يسميها أشباه المسافات) و فرق طور الإشارة الحاملة. تختلف دقة تحديد المواقع بدرجة كبيرة جدا باختلاف نوع الأرصاد ، فالأجهزة الملاحية تطبق طريقة المسافة الكاذبة ودقتها في حساب الإحداثيات بحدود عدة أمتار بينما تطبق الأجهزة الجيوديسية أسلوب فرق طور الإشارة الحاملة لتصل إلي مستوي عدة سنتيمترات في دقة تحديد المواقع. وسنتعرض لكلا نوعي الأرصاد في الأجزاء التالية.

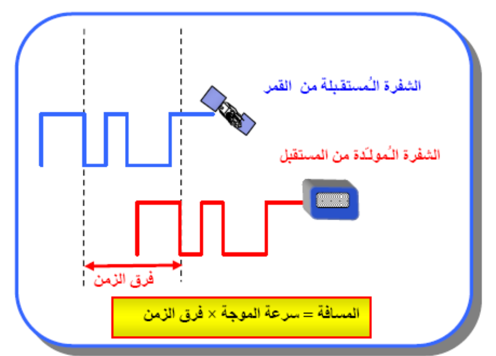
٦-٣-١ أرصاد المسافة الكاذبة باستخدام الشفرة

يعتمد هذا الأسلوب أو هذا النوع من أرصاد الجي بي أس علي الفكرة البسيطة التي تعرضنا إليها سابقا وهي أن المسافة بين جهاز الاستقبال و القمر الصناعي تساوي سرعة الإشارة مضروبة في الزمن المستغرق. لكن بسبب وجود عدة مصادر للأخطاء فأن هذه المسافة المحسوبة لن تساوي المسافة الحقيقية بين القمر الصناعي و جهاز الاستقبال ، ولذلك تسمي المسافة الكاذبة Pseudorange.



شكل (٦-٧) مبدأ المسافات الكاذبة

لقياس المسافة الكاذبة يقوم جهاز الاستقبال بتطوير شفرة داخله (سواء الشفرة المدنية C/A أو الشفرة العسكرية الدقيقة P طبق لنوع جهاز الاستقبال ذاته) مماثلة للشفرة التي يستقبلها من القمر الصناعي. بمقارنة كلا الشفرتين يمكن حساب فرق الزمن الذي استغرقته الإشارة منذ صدورها من القمر الصناعي وحتى وصولها لجهاز الاستقبال ، ومن ثم يمكن حساب قيمة المسافة الكاذبة.



شكل (٦-٨) طريقة قياس المسافة الكاذبة باستخدام الشفرة

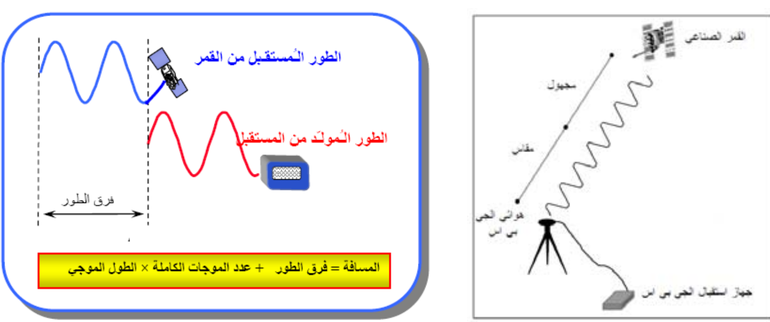
من أهم مميزات ها النوع من أرصاد تقنية الجي بي أس أنه لا يتطلب مواصفات تقنية عالية تدخل في تصنيع أجهزة الاستقبال ، فاستخدام الشفرة لا يتطلب أجزاء الكترونية متقدمة وبالتالي فأن سعر جهاز الاستقبال لن يكون غاليا. ومن هنا فأن جميع أجهزة الاستقبال الملاحية Navigation أو المحمولة يدويا Hand-Held تطبق أسلوب المسافة الكاذبة باستخدام الشفرة في تحديد المواقع.

علي الجاني الآخر فأن أهم عيوب هذا النوع من أرصاد الجي بي أس يتمثل في أن الدقة المتوقعة لتحديد المواقع بهذا الأسلوب لن تكون عالية الدقة. يمكن تقدير دقة أرصاد المسافة الكاذبة بقيم تتراوح بين ±٦ متر (عند انحراف معياري 1σ أي بنسبة احتمال تبلغ ٦٨.٣%) و

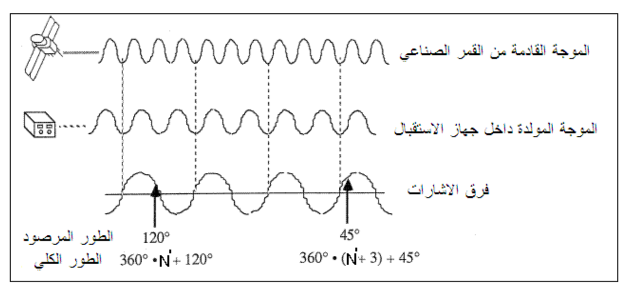
±١٩ متر (عند انحراف معياري 3σ أي بنسبة احتمال تبلغ ٩٩.٧%) للإحداثيات الأفقية ، بينما ستكون الدقة أكبر من هذه الحدود في الاحداثي الرأسي (من ±١١ إلي ±٤٢ متر). وبالطبع فقد تكون هذا الدقة في تحديد المواقع مناسبة للأعمال الاستكشافية و الجغرافية والخرائط ذات مقياس الرسم الصغير و بعض تطبيقات نظم المعلومات الجغرافية ، إلا أنها دقة غير مناسبة للأعمال المساحية و الجيوديسية.

٦-٣-٢ أرصاد فرق طور الإشارة الحاملة

يقوم جهاز الاستقبال (الجيوديسي النوع) بتطوير موجة داخلية ثابتة تشبه الموجة التي يبثها القمر الصناعي ، ثم يقوم بمقارنة طور phase كلا الموجتين عن طريق قياس فرق الطور carrier phase or carrier beat phase والذي يكون دالة في المسافة بين القمر الصناعي و جهاز الاستقبال في لحظة الرصد. لكن هذا الفرق في الطور يتكون من جزأين: (١) العدد الصحيح integer للموجات الكاملة ، (٢) أجزاء الموجات عند كلا من جهاز الاستقبال و القمر الصناعي. وهنا تأتي أهم المشاكل التي تواجه نوع هذه الأرصاد: جهاز الاستقبال يستطيع وبكل دقة قياس أجزاء الموجات لكنه لا يستطيع تحديد عدد الموجات الكاملة. ومن ثم فأن العدد الصحيح للموجات الكاملة ويسمي الغموض الصحيح Integer Ambiguity أو اختصارا الغموض Ambiguity (N') يتم اعتباره قيمة مجهولة مطلوب حسابها أثناء إجراء حسابات تحديد المواقع.



شكل (٦-٩) أرصاد فرق طور الموجة الحاملة



شكل (٦-١٠) كيفية قياس فرق طور الموجة الحاملة

من عيوب ها النوع من أرصاد تقنية الجي بي أس أنه يتطلب مواصفات تقنية عالية تدخل في تصنيع أجهزة الاستقبال ، فتوليد موجة داخل أجهزة الاستقبال يتطلب أجزاء الكترونية متقدمة وبالتالي فأن سعر جهاز الاستقبال سيكون غاليا مقارنة بأجهزة قياس المسافات الكاذبة. ومن هنا

فأن أجهزة الاستقبال الملاحية Navigation أو المحمولة يدويا Hand-Held لا تطبق هذا الأسلوب ، إنما هو فقط مطبق في تحديد المواقع باستخدام الأجهزة الجيوديسية.

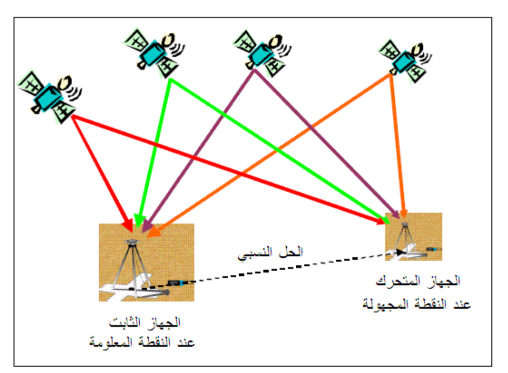
علي الجاني الآخر فأن أهم مميزات أرصاد الجي بي أس باستخدام فرق طور الإشارة الحاملة يتمثل في أن الدقة المتوقعة لتحديد المواقع بهذا الأسلوب تكون عالية. فالقاعدة العامة أن أقل مسافة يمكن قياسها بهذا النوع من الأرصاد = (٣٦٠/٢) من طول الموجة ، فمثلا طول موجة التردد الأول L1 = ١٩ سنتيمتر ، مما يسمح لنا بقياس مسافات تصل إلي ١ ملليمتر. وبالطبع فأن هذا المستوي العالي من الدقة في تحديد المواقع مناسبة للأعمال المساحية و الجيوديسية.

٦-٤ طرق الرصد

لتحديد إحداثيات موقع أو نقطة معينة يكفي استخدام جهاز استقبال واحد يقوم باستقبال الموجات المرسلة من الأقمار الصناعية ، وهذا ما يطلق عليه التحديد المطلق للمواقع Absolute Point Positioning. لكن دقة هذه الإحداثيات ستكون في حدود عدة أمتار مما يجعل هذا الأسلوب مناسبا للتطبيقات الملاحية وبعض تطبيقات نظم المعلومات الجغرافية أو للخرائط ذات مقياس الرسم الصغير ، لكنه بالطبع لن يكون مناسبا للتطبيقات المساحية و الجيوديسية التي تتطلب دقة عالية في تحديد المواقع.

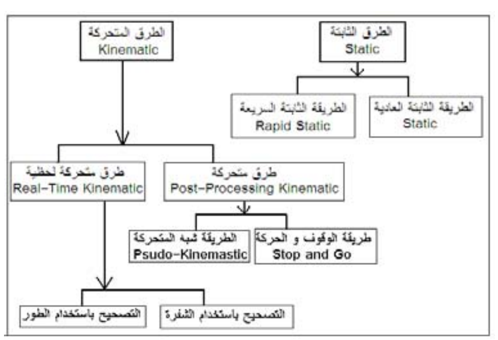
تتعدد طرق الرصد المساحية بنظام الجي بي أس بطريقة كبيرة بناءا علي عدة عوامل مثل عدد أجهزة الاستقبال المتوفرة و الدقة المطلوبة أو طبيعة المشروع. يجب علي مستخدم الجي بي أس أن يلم بمميزات و عيوب كل طريقة قبل أن يقرر الطريقة التي يتبعها في مشروع معين.

تعتمد الطرق المساحية لتجميع أرصاد الجي بي أس علي أسلوب الرصد النسبي أو الرصد التفاضلي Relative or Differential حيث يكون هناك جهازي استقبال أحدهما يسمي القاعدة Base Receiver أو الجهاز المرجعي Reference Receiver موجودا علي نقطة مساحية معلومة الإحداثيات ، بينما الجهاز الثاني يسمي المتحرك Rover Receiver وهو الذي يتولي رصد النقاط المطلوب تحديد موقعها ، ويقوم كلا الجهازين برصد الأقمار الصناعية آنيا simultaneously في نفسي الوقت. يقوم الجهاز الثابت أو القاعدة بتحديد قيمة الخطأ في إشارات الأقمار الصناعية في كل لحظة وذلك عن طريق مقارنة الإحداثيات المعلومة لهذه النقطة مع إحداثياتها المحسوبة من أرصاد الجي بي أس. بافتراض أن المسافة بين جهاز القاعدة و الجهاز المتحرك ليست كبيرة فيمكن اعتماد مبدأ أن تأثير أخطاء الرصد عند النقطة المتحركة تساوي تقريبا نفس التأثير عند النقطة القاعدة ، ومن ثم يمكن أيضا تصحيح إحداثيات النقاط التي يرصدها الجهاز الآخر أو الجهاز المتحرك ، عن طريق نقل هذه التصحيحات من الجهاز الثابت إلي الجهاز المتحرك. قد تتم عملية نقل التصحيحات في المكتب بعد انتهاء تجميع البيانات الحقلية (نسميها المعالجة اللاحقة Post-Processing) أو تتم لحظيا في الموقع (نسميها التصحيح اللحظي Real-Time). وتجدر الإشارة إلي أن الحل الناتج من هذه الطرق يكون حلا نسبيا - أي فرق الإحداثيات - بين النقطة المعلومة و النقطة المجهولة ($\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$) والذي سيضاف إلي إحداثيات النقطة المعلومة ليمكننا حساب إحداثيات النقطة المجهولة.



شكل (٦-١١) مبدأ الرصد النسبي لأرصاد الجي بي أس

بصفة عامة يمكن تقسيم طرق الرصد إلي مجموعتين رئيسيتين: الطرق الثابتة Static – ومنها الطريقة التقليدية و الطريقة السريعة – والطرق المتحركة Kinematic ومنها طرق تعتمد علي الحساب اللاحق و أخري تعتمد علي استقبال تصحيحات بهدف إكمال عملية حساب الإحداثيات في الموقع مباشرة. وتجدر الإشارة إلي أن الطريقة الثابتة التقليدية هي الأنسب لمشروعات المساحة الجيوديسية التي تتطلب دقة عالية (مثل إنشاء شبكات الثوابت الأرضية) بينما باقي الطرق تكون مناسبة للأعمال المساحية والرفع المساحي.



شكل (٦-١٢) طرق رصد الجي بي أس

<u>طرق الرصد الثابتة Static:</u>

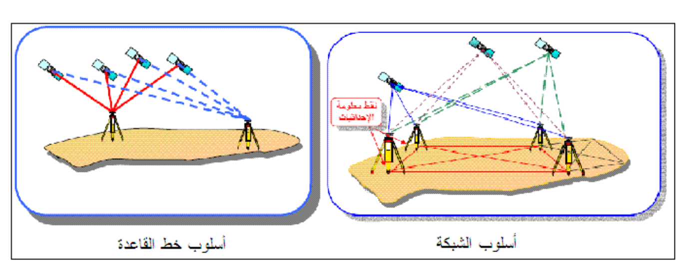
تعد طرق الرصد الثابتة أنسب طرق رصد الجي بي أس للتطبيقات المساحية و الجيوديسية التي تتطلب دقة عالية (تصل إلي مستوي الملليمتر) في تحديد المواقع. الطريقة الثابتة التقليدية هي أقدم – و أدق أيضا - طرق رصد الجي بي أس بينما ظهرت بعدها طريقة أخري (أو تعديل لها) سميت بالرصد الثابت السريع.

<u>طريقة الرصد الثابت التقليدى Static:</u>

في هذه الطريقة يحتل الجهاز الثابت نقطة معلومة الإحداثيات بينما يقوم الجهاز الآخر (أو عدد من الأجهزة) باحتلال النقطة (أو النقاط) المجهولة المطلوب تحديد مواقعها ، وفي نفس الوقت تبدأ كل الأجهزة في استقبال إشارات الأقمار الصناعية. الأجهزة الجيوديسية ثنائية التردد Dual-Frequency Geodetic Receivers هي الأجهزة المستخدمة في هذه الطريقة حتى يمكن الوصول لمستوي الدقة المطلوبة ، وان كان يمكن استخدام الأجهزة أحادية التردد

Single-Frequency Receivers للمسافات الصغيرة التي لا تتجاوز ٢٠ كيلومتر. تتراوح فترة الرصد المشترك session التي تعمل خلالها أجهزة الاستقبال بين ٣٠ دقيقة و عدة ساعات طبقا لطول المسافات بين الجهاز الثابت و الأجهزة الأخرى (ما يطلق عليه خط القاعدة أو خطوط القواعد Base Line). تقوم أجهزة الاستقبال بتجميع الأرصاد بمعدل (Sample Rate) رصده كل ١٥-٢٠ ثانية.

توجد عدة أساليب لتجميع البيانات تعتمد علي عدد أجهزة الاستقبال المتوفرة. أذا لم يتوفر إلا جهازين استقبال فقط فيتم العمل بأسلوب خط القاعدة Base Line حيث يوضع الجهاز الثابت أعلي النقطة المعلومة و الجهاز الآخر أعلي أولي النقاط المجهولة لفترة زمنية معينة ، ثم ينتقل لرصد النقطة المجهولة الثانية ثم الثالثة و هكذا. بينما في حالة توافر أكثر من جهازين فأن أسلوب العمل يتم بطريقة الشبكة Network حيث جهاز (أو أثنين أحيانا) فوق النقطة (أو النقطتين) المعلومتين بينما توضع باقي الأجهزة علي النقاط المجهولة.



شكل (٦-١٣) أساليب الرصد الثابت التقليدي

بعد انتهاء تجميع الأرصاد الحقلية يتم نقل البيانات (من جميع الأجهزة) إلي الحاسب الآلي حيث تتولي برامج متخصصة GPS Data Processing Software تنفيذ عمليات الحساب و الضبط للوصول إلي قيم دقيقة لإحداثيات النقاط المجهولة. الدقة المتوقعة لطريقة الرصد الثابت التقليدية تكون ٥ ملليمتر ± ١ جزء من المليون (ppm) أي ٥ ملليمتر + ملليمتر لكل واحد كيلومتر من طول خط القاعدة. كمثال: لخط قاعدة طوله ٢٠ كيلومتر ، فأن الدقة المتوقعة = ٥ + ٢٠ = ± ٢٥ ملليمتر. تجدر الإشارة إلي أنه بمكن الوصول لدقة أحسن من هذا المستوي العام باستخدام أجهزة جيوديسية حديثة وأيضا باستخدام مدارات أكثر دقة للأقمار الصناعية.

طريقة الرصد الثابت السريع Rapid Static:

في حالة وقوع النقاط المجهولة (المطلوب تحديد إحداثياتها) في نطاق مسافة قصيرة – في حدود ١٠-١٥ كيلومتر - من موقع النقطة المعلومة أو المرجعية فيمكن للجهاز المتحرك أن يرصد نقطة مجهولة لمدة زمنية بسيطة ، ثم ينتقل لرصد نقطة مجهولة ثانية و ثالثة و هكذا. يكون الجهاز القاعدة أو الجهاز المرجعي مستمرا في تجميع الأرصاد طوال فترات الرصد كلها لتتوفر أرصاد مشتركة مع الجهاز المتحرك عند كل نقطة مجهولة يقوم برصدها. لذلك سميت هذه الطريقة بالرصد الثابت السريع Fast or Rapid Static. تتراوح فترة الرصد session عند كل نقطة مجهولة بين ٢ و ١٠ دقائق ، وبمعدل رصد sample rate كل ١٥-٢٠ ثانية مثل الطريقة الثابتة التقليدية. وأيضا يتم نقل الأرصاد من كلا الجهازين إلي الحاسب الآلي لإجراء عمليات الحسابات و استنتاج إحداثيات النقاط المجهولة التي تم رصدها.

تتميز طريقة الرصد الثابت السريع أنها تقلل بدرجة كبيرة من الوقت اللازم لتجميع البيانات الحقلية ، مما يجعلها مناسبة للأعمال المساحية التفصيلية و الطبوغرافية في منطقة صغيرة. لكن وعلي الجانب الآخر فأن الدقة المتوقعة لهذه الطريقة (١٠ ملليمتر ± ١ ppm) لا تصل لنفس مستوي دقة طريقة الرصد الثابت التقليدية مما يجعلها غير مطبقة في الأعمال الجيوديسية الدقيقة.

طرق الرصد المتحركة Kinematic:

تعتمد فكرة الرصد المتحرك علي وجود جهاز ثابت مرجعي Base علي النقطة المعلومة بينما يتحرك الجهاز الآخر Rover (أو الأجهزة) لرصد عدد من النقاط المجهولة. تختلف طرق الرصد المتحرك بناءا علي عاملين: أسلوب حركة الجهاز الثاني ، طريقة نقل التصحيحات من الجهاز الثابت لباقي الأجهزة.

طرق الرصد المتحرك والحساب لاحقا:

في هذه النوعية من أساليب الرصد المتحرك يتم الاعتماد علي أن التصحيحات - التي يقوم بحسابها الجهاز المثبت فوق النقطة المعلومة – سيتم نقلها إلي أرصاد الأجهزة المتحركة عن طريق برنامج الحساب software في الحاسب الآلي بعد انتهاء الأعمال الحقلية. أي أن حساب إحداثيات النقاط المرصودة سيكون في المكتب أو Post-Processing وليس في الحقل(تسمي هذه الطرق PPK اختصارا لكلمات Post-Processing Kinematic).

من طرق الرصد المتحرك هي ما تعرف باسم طريقة الرصد شبه المتحرك Pseudo-Kinematic والبعض يسميها طريقة الرصد المتحرك Kinematic مباشرة. وأهم مميزاتها أنها لا تتطلب الوقوف عند كل نقطة مجهولة ، إنما تكتفي برصدها حتى ولو ثانية واحدة. أيضا لا تتطلب طريقة الرصد شبه المتحرك إجراء عملية الإعداد لأنها تطبق مبدأ رياضي حديث يسمح بحساب قيمة الغموض أثناء بدء حركة الجهاز Rover من نقطة لآخري (يسمي الحل الطائر On-The-Fly أو اختصارا OFT). أيضا في هذه الطريقة يتم ضبط جهاز الاستقبال بحيث يسجل الأرصاد آليا كل فترة زمنية معينة (مثلا كل ثانية) ولا توجد حاجة للمستخدم لإعطاء أمر الرصد في جهاز الاستقبال عند كل نقطة مجهولة كما في طريقة الذهاب و التوقف. كل هذه المميزات جعلت طريقة الرصد شبه المتحرك أكثر جاذبية وأسهل و أرخص لتطبيقات الرفع المساحي.

طرق الرصد المتحرك مع الحساب اللحظي:

كانت الطرق التقليدية للرصد المتحرك تعتمد علي فكرة تجميع الأرصاد في الموقع ثم إجراء الحسابات علي الحاسب الآلي في المكتب. لكن وجد مهندسو المساحة أن هناك حالات معينة – مثل توقيع نقاط معلومة الإحداثيات علي أرض الواقع Stack Out – تحتاج حساب قيم إحداثيات النقط المرصودة في نفس لحظة الرصد. من هنا بدأ التفكير في تطوير طرق رصد متحركة جديدة. تعتمد هذه الطرق علي وجود جهاز راديو عند النقطة الثابت يقوم بإرسال أو بث التصحيحات التي يقوم الجهاز المرجعي بحسابها إلي الجهاز (أو الأجهزة) المتحرك والذي بدورها يكون متصل بجهاز راديو لاسلكي آخر. أي أن الجهاز المتحرك سيتكون من وحدتين: وحدة استقبال إشارات الأقمار الصناعية ، بالإضافة إلي وحدة استقبال لا سلكية لاستقبال التصحيحات المرسلة من الجهاز الثابت. من أرصاد الأقمار الصناعية يقوم الجهاز المتحرك

بحساب إحداثيات النقطة المرصودة (لكنها إحداثيات غير دقيقة تماما) ومن تصحيحات الجهاز المرجعي يقوم الجهاز المتحرك بتصحيح الإحداثيات للوصول إلي قيم دقيقة في نفس اللحظة ، ولذلك فتسمي هذه الطرق بطرق الرصد المتحرك الآني Real-Time Kinematic أو اختصارا RTK.

QUESTIONS

1. What are the merits of GPS in surveying applications?

2. Discuss the main components of GPS?

3. GPS positioning requires observing at least 4 satellites. Explain this statement.

4. What are he differences between code and carrier phase GPS observations in terms of ease of use and precision?

5. State some observation methods used in GPS positioning.

6. Explain why static GPS observation technique is preferable in geodetic surveying?

المراجع

المراجع العربية:

أبو مريم، عبد الحميد كمال (٢٠٠٠) الجيوديسيا الهندسية، دار الحكيم للطباعة، القاهرة.

أبو مريم، عبد الحميد كمال (١٩٩٣) المساحة الطبوغرافية، دار الحكيم للطباعة، القاهرة.

داود، جمعة محمد (٢٠١٢) أسس المساحة الجيوديسية والجي بي أس، متاح في الرابط: http://www.4shared.com/office/kCpAymjl/2012.html

داود، جمعة محمد (٢٠١٤) رياضيات الهندسة المساحية، متاح في الرابط: http://www.4shared.com/office/6ywRVmgcba/Surveying_Mathematics.html

دومة، محمد اسماعيل (٢٠١٣) مقدمة في المساحة: المساحة الجيوديسية و نظرية الاخطاء، جامعة المنوفية.

الحسيني، محمد صفوت (٢٠٠٢) الجيوديسيا، كلية الهندسة، جامعة القاهرة.

الحسيني، محمد صفوت (٢٠١٣) اسقاط الخرائط، مكتبة دار المعرفة، القاهرة.

شكري، علي سالم، عبد الرخيم، محمود حسني، مصطفي، محمد رشاد الدين (١٩٩٥) المساحة الطبوغرافية و تطبيقاتها في الهندسة المدنية، منشأة دار المعرف، الاسكندرية.

شكري، علي سالم، عبد الرخيم، محمود حسني، مصطفي، محمد رشاد الدين (١٩٨٩) المساحة التصويرية و القياس الالكتروني و نظرية الأخطاء، منشأة دار المعرف، الاسكندرية.

شكري، علي سالم، عبد الرحيم، محمود حسني، مصطفي، محمد رشاد الدين (١٩٨٩) المساحة الجيوديسية، منشأة دار المعرف، الاسكندرية.

فواز، عصام محمد (٢٠١٤) المساحة الجيوديسية و نظرية الأخطاء و الفلك التطبيقي، كلية الهندسة، جامعة الأزهر، القاهرة.

فواز، عصام محمد (٢٠١٢) المساحة الطبوغرافية و التصويرية، كلية الهندسة، جامعة الأزهر، القاهرة.

المراجع الأجنبية:

Davis, R., Foote, F., Anderson, J., and Mikhail, E. (1981) Surveying: Theory and practice, McCraw Hill Co., New York.

El-Rabbany, A. (2000) Introduction to GPS: The global positioning system, Artech house, Boston.

Gomarasca, M. (2009) Basics of geomatics, Springer, Berlin.

Hooijberg, M. (2008) Geometrical geodesy, Springer, Berlin.

Johnson, A. (2004) Plane and geodetic surveying, Spon Press, New York.

Schofield, W. and Breach, M. (2007) Engineering surveying, 6th edition, Elsevier Ltd., New York.

Shank, V. (2012) Surveying engineering and instruments, White word Publications, Delhi, India,

Torge, W. (1991) Geodesy, 2nd edition, Walter de Gruter, Berlin.

Lu, Z., Qu, Y., and Qiao, S. (2014) Geodesy: Introduction to geodetic datums and geodetic systems, Springer, Berlin.